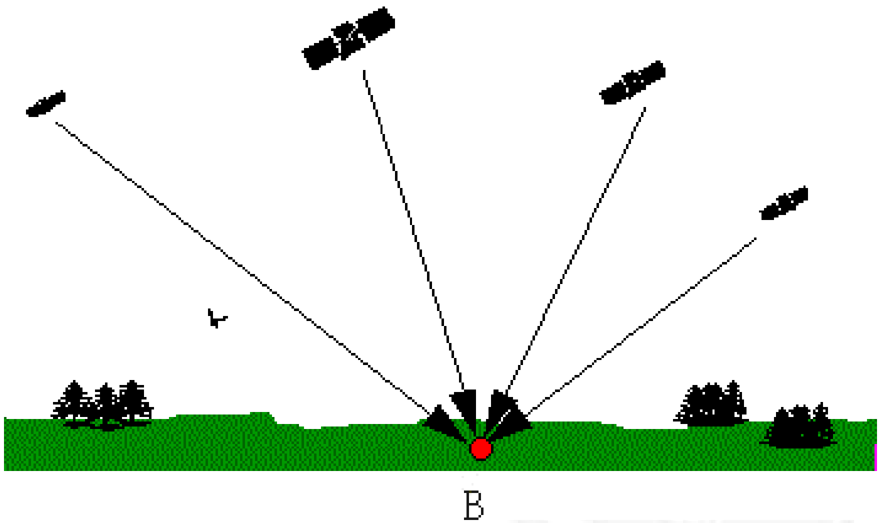
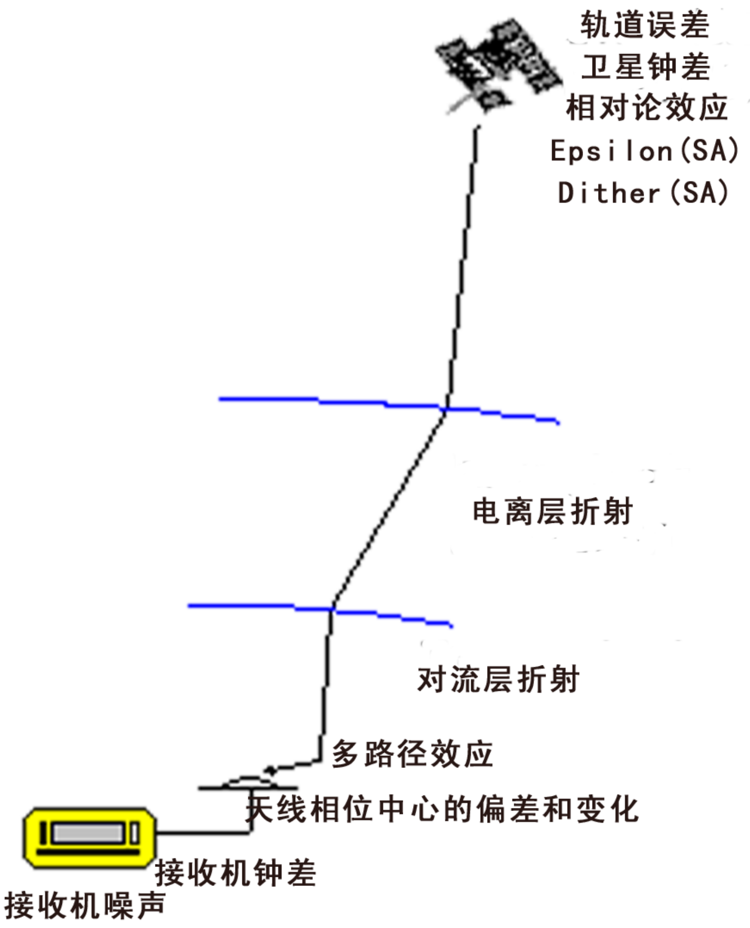
第五章 GPS定位误差源

§5.1 GPS定位误差分类

GPS测量的环节



单点定位



信号发射及测量的环节

§5.1 GPS定位误差分类

影响GPS测量的因素

- 与卫星有关的因素
  - 卫星轨道误差，卫星钟差，相对论效应
- 与传播途径有关的因素
  - 电离层（折射）延迟，对流层（折射）延迟，多路径效应
- 与接收设备有关的因素
  - 接收机天线相位中心的偏移和变化，接收机钟差，接收机内部噪声
- 其它影响
  - 地球潮汐，负荷潮

§5.1 GPS定位误差分类

GPS测量误差的性质①

- 偶然误差
  - 内容
    - 卫星信号发生部分的随机噪声
    - 接收机信号接收处理部分的随机噪声
    - 其它外部某些具有随机特征的影响
  - 特点
    - 随机
    - 量级小 – 毫米级

§5.1 GPS定位误差分类

GPS测量误差的性质②

- 系统误差（偏差）
  - 内容
    - 具有某种系统性特征的误差
  - 特点
    - 具有某种系统性特征
    - 量级大 – 最大可达数百米

§5.2 与卫星有关的误差

- 卫星星历误差
- 卫星钟的钟误差
- 相对论效应

§5.2 与卫星有关的误差

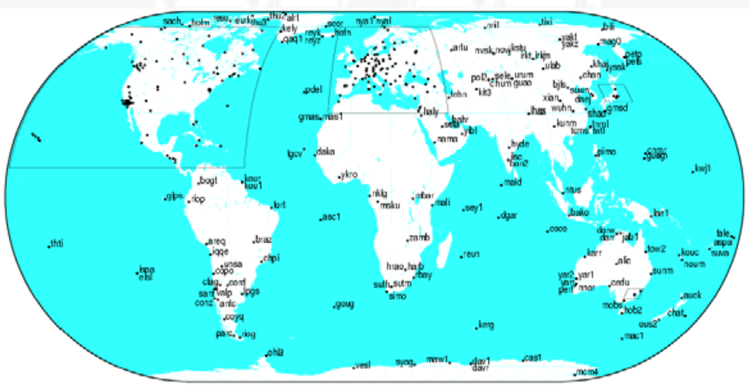
卫星星历误差①

- 定义
  - 由星历所给出的卫星在空间中的位置与其实际位置之差。
- 星历类型
  - 广播星历
    - 由GPS的地面控制部分所确定和提供的，经GPS卫星向全球所有用户公开播发的一种预报星历。
  - 精密星历
    - 为满足大地测量、地球动力学研究等精密应用领域的需要而研制、生产的一种高精度的事后星历。

§5.2 与卫星有关的误差

卫星星历误差②

星历类型	精度	延迟时间	更新率	采样间隔
广播星历	～200cm / ~7ns	实时	——	——
预报星历(P)	~10cm/ ~5ns	实时	一天四次	15min
预报星历(O)	5cm / ~0.2ns	3小时	一天四次	15min
快速星历	5cm / 0.1ns	17小时	每天一次	15min/5min
事后星历	<5cm / 0.1ns	～13天	每周发布	15min/5min



§5.2 与卫星有关的误差

卫星星历误差对定位的影响

- 对单点定位的影响
  - 主要取决于用于定位或导航的GPS卫星与接收机构成的几何图形，但总体上量级与星历误差相当。
- 对相对定位的影响

基线误差 轨道误差

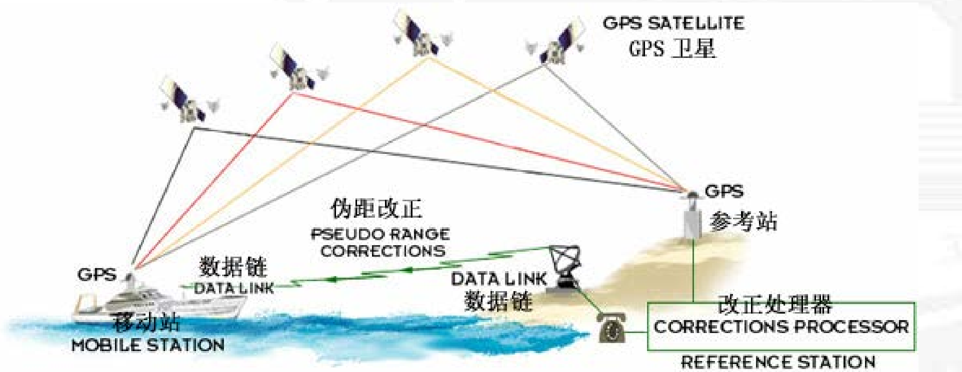
$$\frac{db}{b} = \left(\frac{1}{4} \sim \frac{1}{10}\right)\frac{ds}{\rho}$$

基线长度 站星距离

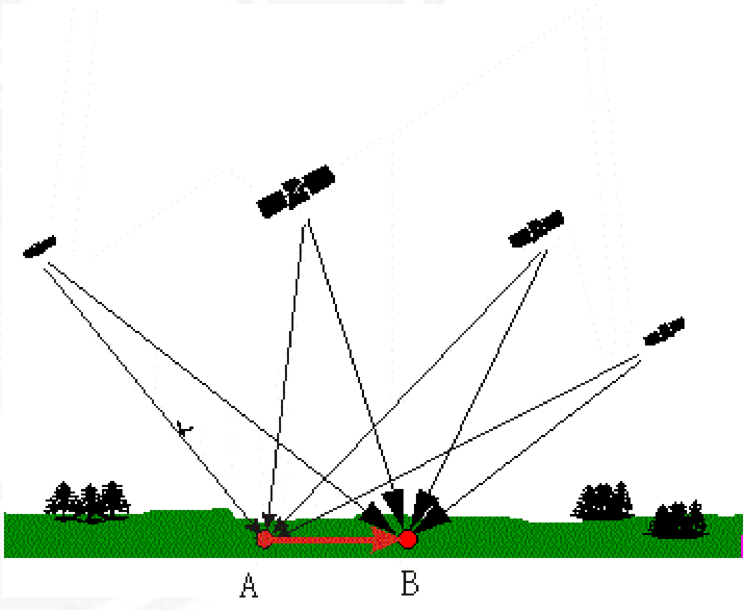
§5.2 与卫星有关的误差

应对卫星星历误差的方法

- 采用精密星历
- 采用相对定位或差分定位



差分定位



相对定位

§5.2 与卫星有关的误差

时钟特性及其对卫星测距的影响

- 钟差
  - 钟读数与真实系统时间之间的差异
- 时钟的特性

$$\Delta t = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 + \int_{t_0}^{t} y(t)\,\mathrm{d}t$$

钟差

钟偏

钟速/钟漂/频偏

钟的老化率/频漂

随机项

- 钟差对卫星测距的影响

$$D = c\left(\left(T_R + \Delta t_R\right) - \left(T_S + \Delta t_S\right)\right)$$
$$= c\left(T_R - T_S\right) + c\left(\Delta t_R - \Delta t_S\right)$$
$$= \rho + \delta\rho$$

真实距离

真实接收时间

接收机钟差

卫星钟差

真实发射时间

§5.2 与卫星有关的误差

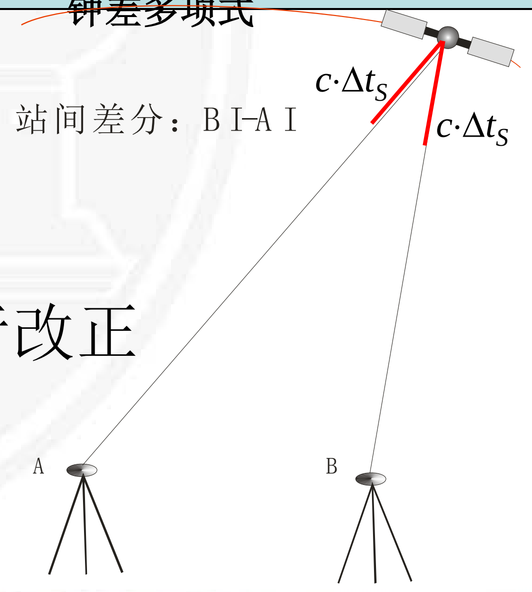
卫星钟差及其处理方法

- 定义
  - 卫星钟读数与真实的GPS时间之差
- 钟差的分类
  - 物理同步误差
    - 实际的钟差
  - 数学同步误差
    - 经过改正后残余的钟差
- 应对方法
  - 采用广播星历中的钟差改正参数进行改正
  - 使用IGS提供的精密卫星钟差改正数
  - 采用相对定位或差分定位

$$\Delta t_S(t) = a_0 + a_1(t - t_{oc}) + a_2(t - t_{oc})^2$$

其中：a_0为t时刻的时钟偏差，a_1为钟的漂移，a_2为老化率。

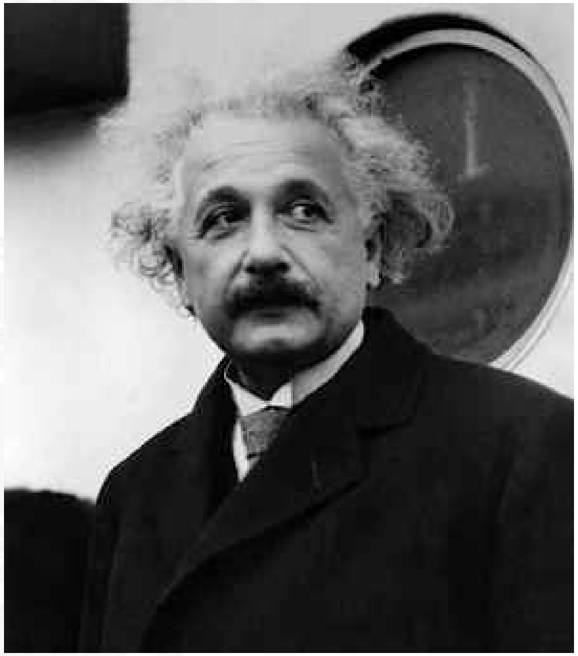
钟差多项式



§5.2 与卫星有关的误差

狭义相对论和广义相对论

- 狭义相对论
  - 1905
  - 运动将使时间、空间和物质的质量发生变化
- 广义相对论
  - 1915
  - 将相对论与引力论进行了统一



§5.2 与卫星有关的误差

相对论效应

- 由①卫星钟和接收机钟在惯性空间中的运动速度不同以及②这两台钟所处位置的地球引力位不同而引起的时钟频率的差异。
- 前者①称为狭义相对论效应
- 后者②称为广义相对论效应

§5.2 与卫星有关的误差

狭义相对论效应

- 原理：
  - 时间膨胀，钟的频率与其运动速度有关。
- 对GPS卫星钟的影响：

若卫星在地心惯性坐标系中的运动速度为V_s，则在地面频率为f的钟若安置到卫星上，其频率f_s将变为：

$$f_s = f[1-(\frac{V_s}{c})^2]^{1/2} \approx f(1-\frac{V_s^2}{2c^2})$$

即两者的频率差Δf_s为

$$\Delta f_s = f_s - f = -\frac{V_s^2}{2c^2}\cdot f$$

考虑到GPS卫星的平均运动速度$V_s = 3874\,m/s$和真空中的光速$c = 299792458\,m/s$，则

$$\Delta f_s = -0.835\times 10^{-10}\cdot f$$

- 结论
  - 在狭义相对论效应作用下，卫星上钟的频率将变慢

§5.2 与卫星有关的误差

广义相对论效应

- 原理
  - 钟的频率与其所处的重力位有关
- 对GPS卫星钟的影响：

若卫星所在处的重力位为W_s，地面测站处的重力位为W_T，

则同一台钟放在卫星上与放在地面上时钟频率将的差异Δf_2为：

$$\Delta f_2 = \frac{W_s - W_T}{c^2} \cdot f = \frac{\mu}{c^2} \cdot f \cdot (\frac{1}{R} - \frac{1}{r})$$

其中$\mu = 3.986005 \times 10^{14}\ m^3/s^2$，若地面处的地心距$R$近似取6378$km$，

卫星的地心距近似取26560km，则

$$\Delta f_2 = 5.284 \times 10^{-10} \cdot f$$

- 结论
  - 在广义相对论效应作用下，卫星上钟的频率将变快

§5.2 与卫星有关的误差

相对论效应对卫星钟的综合影响

- 狭义相对论＋广义相对论

令：$\Delta f_1 = \Delta f_s$

在狭义相对论效应和广义相对论效应的共同作用下，卫星上钟频率相对于其在地面上时总的变化量Δf为:

$$\Delta f = \Delta f_1 + \Delta f_2 = 4.449 \times 10^{-10} \cdot f$$

注意，上述相对论效应影响是将卫星轨道当作圆轨道时的结果。

§5.2 与卫星有关的误差

应对相对论效应的方法

- 方法（分两步）：首先考虑假定卫星轨道为圆轨道的情况；然后考虑卫星轨道为椭圆轨道的情况。
  - 第一步：

    在地面上调低将要搭载到卫星上去的钟的频率，调低后的频率为

    $$10.23MHz \times (1 - 4.449 \times 10^{-10}) = 10.22999999545MHz$$

  - 第二步：

    在时刻t时，在卫星钟读数上加上改正数Δt_r，

    $$\Delta t_r(t) = F \cdot e \cdot \sqrt{A} \cdot \sin E(t)$$

    $$F = \frac{-2 \cdot \mu^{1/2}}{c^2} = -4.442807633 \times 10^{-10}\ s/m^{1/2}$$

    因而，实际卫星钟的改正$\Delta t(t)$应为

    $$\Delta t_{L1}(t) = a_0 + a_1 \cdot (t - t_{oc}) + a_2 \cdot (t - t_{oc})^2 + \Delta t_r - T_{GD}$$

§5.3 与信号传播有关的误差

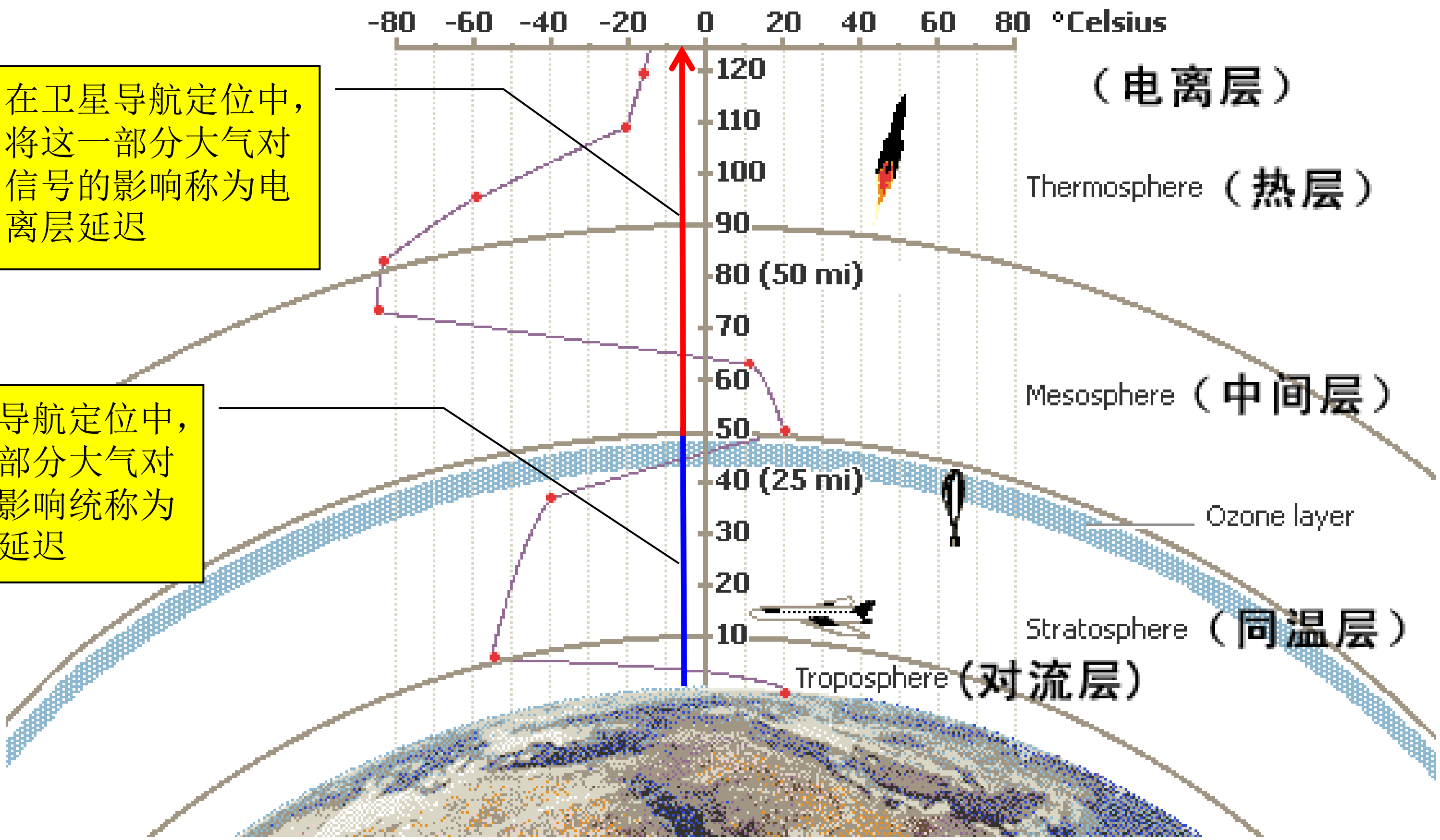
- 电离层折射
- 对流层折射
- 多路径效应

§5.3 与信号传播有关的误差

地球大气结构

在卫星导航定位中，将这一部分大气对信号的影响称为电离层延迟

在卫星导航定位中，将这一部分大气对信号的影响统称为对流层延迟



地球大气层的结构

§5.3 与信号传播有关的误差

大气折射效应

- 大气折射
  - 信号在穿过大气时，速度将发生变化，传播路径也将发生弯曲。也称大气延迟。在GPS测量定位中，通常仅考虑信号传播速度的变化。
- 色散介质与非色散介质
  - 色散介质：对不同频率的信号，所产生的折射效应也不同
  - 非色散介质：对不同频率的信号，所产生的折射效应相同
  - 对GPS信号来说，电离层是色散介质，对流层是非色散介质

§5.3 与信号传播有关的误差

相速与群速①

- 相速

  假设有一电磁波在空间传播，其波长为λ，频率为f

  该电磁波相位的速度v_{ph}，有$v_{ph}=\lambda \cdot f$，其中相位的速度又简称为相速。

- 群速

  对于频率略微不同的一群波来说，其最终能量的传播可以用

  “群速”表示，群速$v_{gr}=-\frac{df}{d\lambda}\cdot\lambda^2$。

- 相速与群速的关系

$$v_{gr}=v_{ph}-\lambda\cdot\frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

- 相折射率与群折射率的关系

$$n_{gr}=n_{ph}-\lambda\cdot\frac{dn_{ph}}{d\lambda}=n_{ph}+f\cdot\frac{dn_{ph}}{df}$$

§5.3 与信号传播有关的误差

相速与群速②

$$n=\frac{c}{v},\quad n_{ph}=\frac{c}{v_{ph}},\quad n_{gr}=\frac{c}{v_{gr}},\quad f=\frac{v_{ph}}{\lambda}$$

$$v_{gr}=-\frac{df}{d\lambda}\cdot\lambda^2=-\frac{d\left(\dfrac{v_{ph}}{\lambda}\right)}{d\lambda}\cdot\lambda^2=-\frac{\dfrac{dv_{ph}}{\lambda}-\dfrac{v_{ph}}{\lambda^2}d\lambda}{d\lambda}\cdot\lambda^2=-\left(\frac{dv_{ph}}{d\lambda}\cdot\lambda-v_{ph}\right)=v_{ph}-\lambda\cdot\frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

$$n_{gr}=\frac{c}{v_{gr}}=\frac{c}{v_{ph}-\lambda\cdot\dfrac{dv_{ph}}{d\lambda}}=\frac{\dfrac{c}{v_{ph}}}{1-\dfrac{\lambda}{v_{ph}}\cdot\dfrac{dv_{ph}}{d\lambda}}=\frac{n_{ph}}{1-\dfrac{\lambda}{v_{ph}}\cdot\dfrac{d\left(\dfrac{c}{n_{ph}}\right)}{d\lambda}}=\frac{n_{ph}}{1-\dfrac{\lambda}{v_{ph}}\cdot\left(-\dfrac{c}{n_{ph}{}^2}\cdot\dfrac{dn_{ph}}{d\lambda}\right)}$$

$$=\frac{n_{ph}}{1+\dfrac{\lambda}{n_{ph}}\cdot\dfrac{dn_{ph}}{d\lambda}}\approx n_{ph}\left(1-\frac{\lambda}{n_{ph}}\cdot\frac{dn_{ph}}{d\lambda}\right)=n_{ph}-\lambda\cdot\frac{dn_{ph}}{d\lambda}=n_{ph}+f\cdot\frac{dn_{ph}}{df}$$

（注：$(1+\varepsilon)^{-1}\approx 1-\varepsilon;\quad \dfrac{d\lambda}{\lambda}=-\dfrac{df}{f}$）

§5.3 与信号传播有关的误差

电离层折射①

$$v_{ph} = \frac{c}{n_{ph}}; \quad v_{gr} = \frac{c}{n_{gr}}$$

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots$$

其中$c_2, c_3, c_4, \dots$等取决于电子密度(单位体积中所含的电子数)、地磁场强度和地磁场方向与电磁波传播方向间的夹角等有关系，其中c_2仅

仅保留低阶项，有

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2}$$

则：$$dn_{ph} = -\frac{2 \cdot c_2}{f^3} \cdot df$$

有：$$n_{gr} = 1 + \frac{c_2}{f^2} - f \cdot \frac{2 \cdot c_2}{f^3} = 1 - \frac{c_2}{f^2}$$

$$\begin{aligned} n_{gr} &= n_{ph} + f \cdot \frac{dn_{ph}}{df} \\ &= n_{ph} - f \cdot \frac{\frac{2c_2}{f^3} \cdot df}{df} \\ &= n_{ph} - \frac{2c_2}{f^2} \\ &= 1 + \frac{c_2}{f^2} - \frac{2c_2}{f^2} \\ &= 1 - \frac{c_2}{f^2} \end{aligned}$$

一般，c_2可取近似值$c_2 = -40.3 N_e (Hz^2)$；

因N_e为电子密度,恒为正值。

故$n_{gr} > n_{ph}$，或$v_{gr} < v_{ph}$，即相位超前。

§5.3 与信号传播有关的误差

电离层折射②

电离层折射对载波相位所造成的距离延迟Δ_{ph}^{iono}为

$$\Delta_{ph}^{iono}=\int n_{ph}ds-\int ds_0=\int(1+\frac{c_2}{f^2})ds-\int ds_0=\int\frac{c}{f^2}ds=-\frac{40.3}{f^2}\int N_e ds$$

电离层折射对码伪距所造成的距离延迟Δ_{gr}^{iono}为

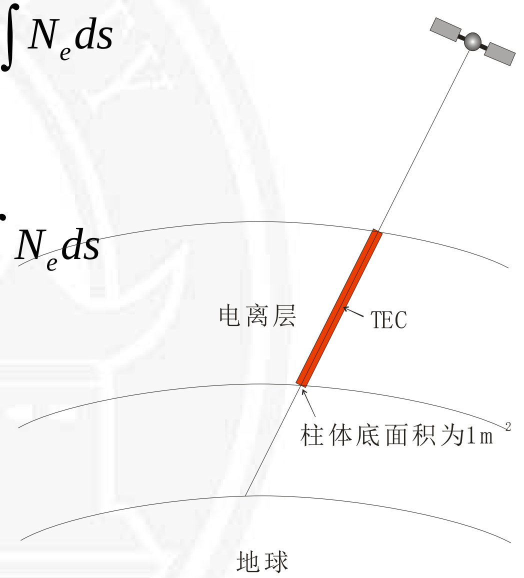
$$\Delta_{gr}^{iono}=\int n_{gr}ds-\int ds_0=\int(1-\frac{c_2}{f^2})ds-\int ds_0=-\int\frac{c}{f^2}ds=\frac{40.3}{f^2}\int N_e ds$$

令$TEC=\int N_e ds$，则

$$\Delta_{ph}^{iono}=-\frac{40.3}{f^2}\cdot TEC，\ T_{ph}=\frac{\Delta_{ph}^{iono}}{c}=-\frac{40.3}{f^2\cdot c}\cdot TEC;$$

$$\Delta_{gr}^{iono}=\frac{40.3}{f^2}\cdot TEC，\ T_{ph}=\frac{\Delta_{gr}^{iono}}{c}=\frac{40.3}{f^2\cdot c}\cdot TEC;$$

TEC称为总电子含量

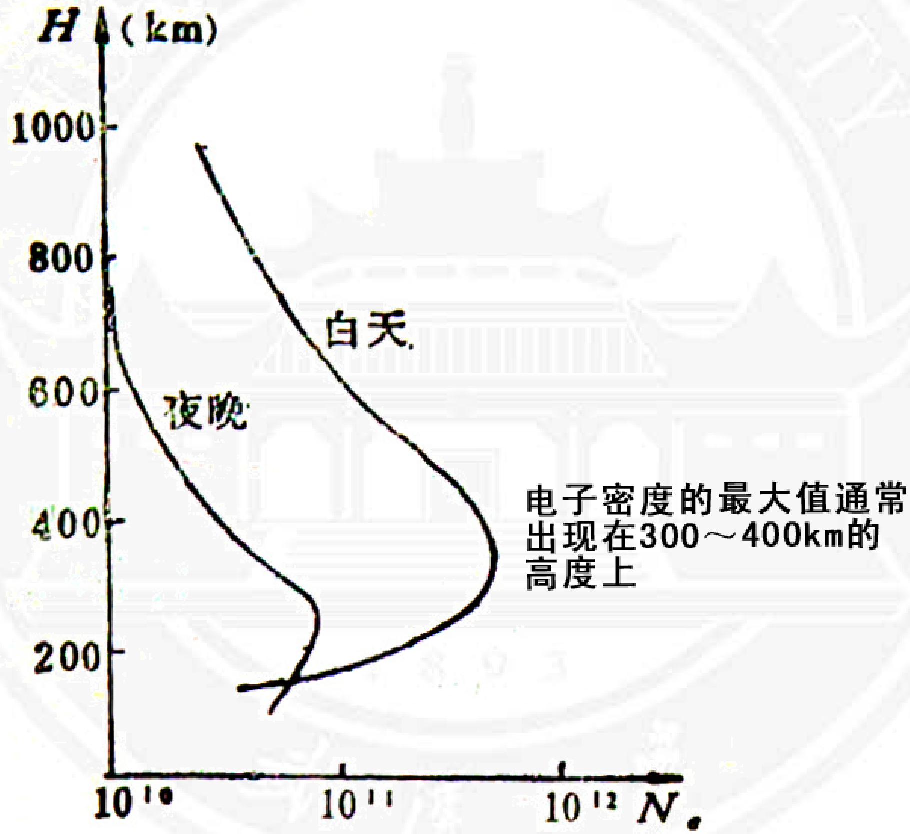


总电子含量（TEC – Total Electron Content）

底面积为一个单位面积沿信号传播路径贯穿整个电离层的一个柱体内所含的电子总数。

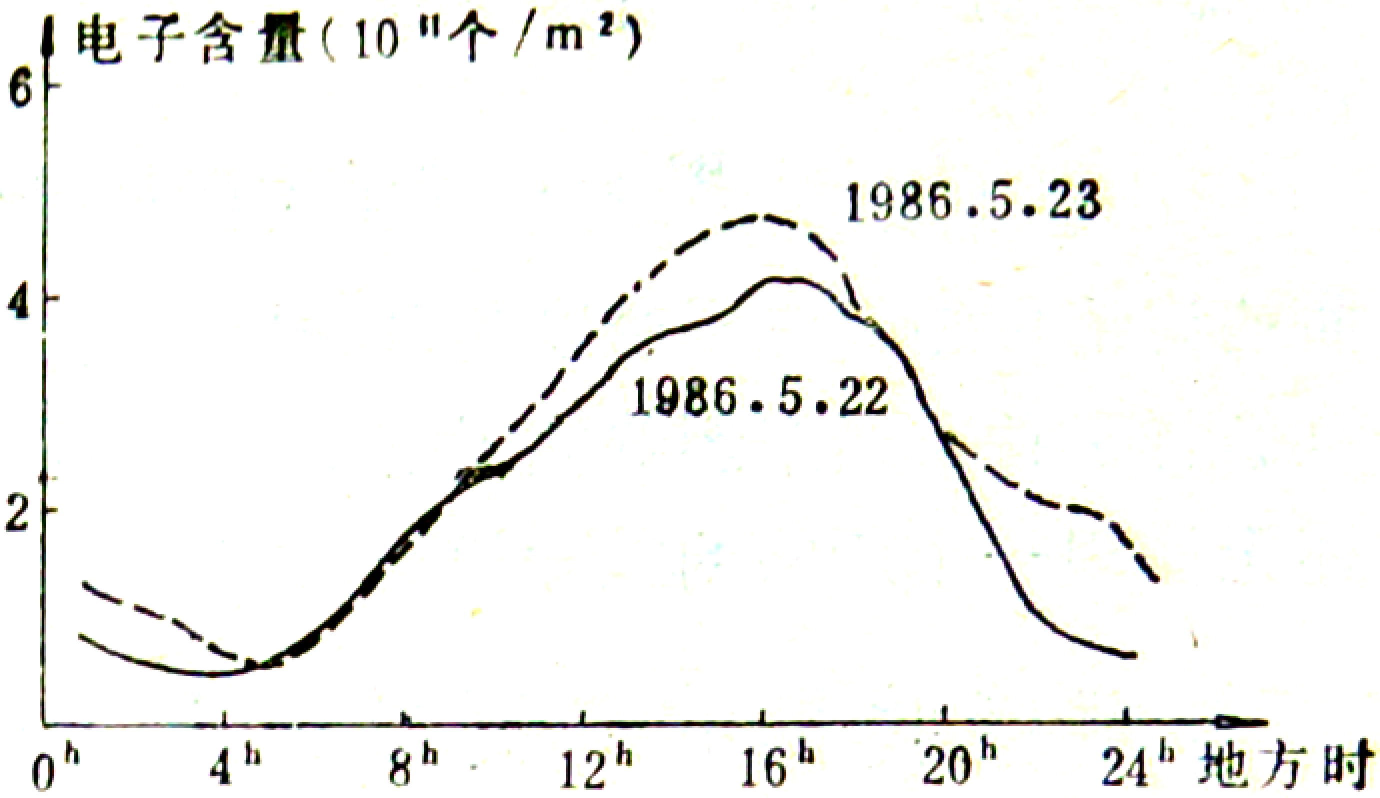
§5.3 与信号传播有关的误差

电子密度与大气高度的关系



§5.3 与信号传播有关的误差

电子含量与地方时的关系

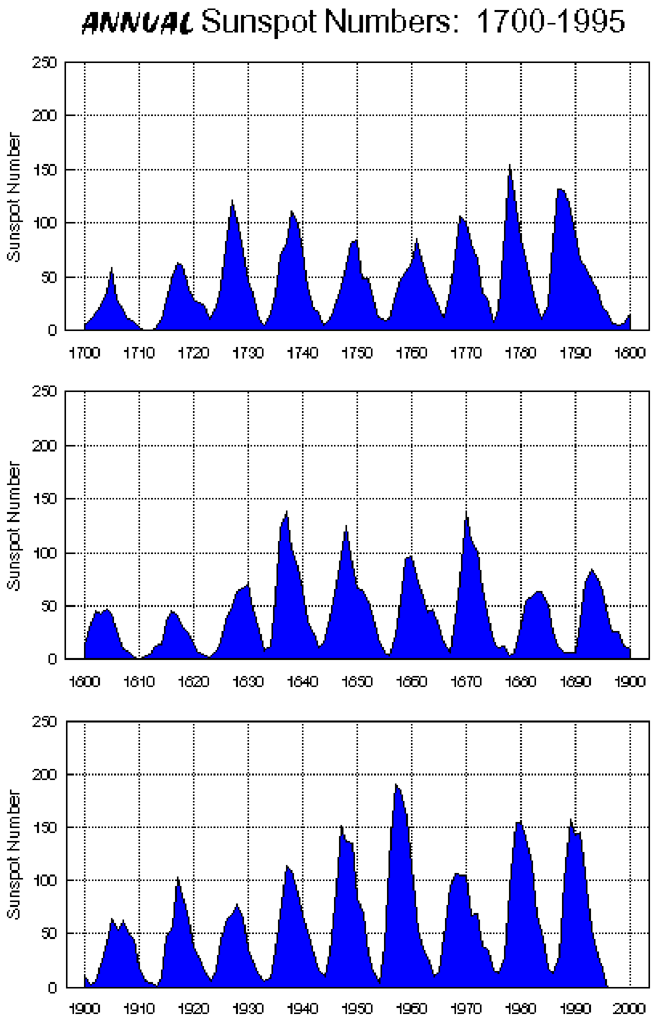


夏威夷太阳观测站实测垂直方向总电子含量（VTEC）数据

§5.3 与信号传播有关的误差

太阳活动情况与电子含量

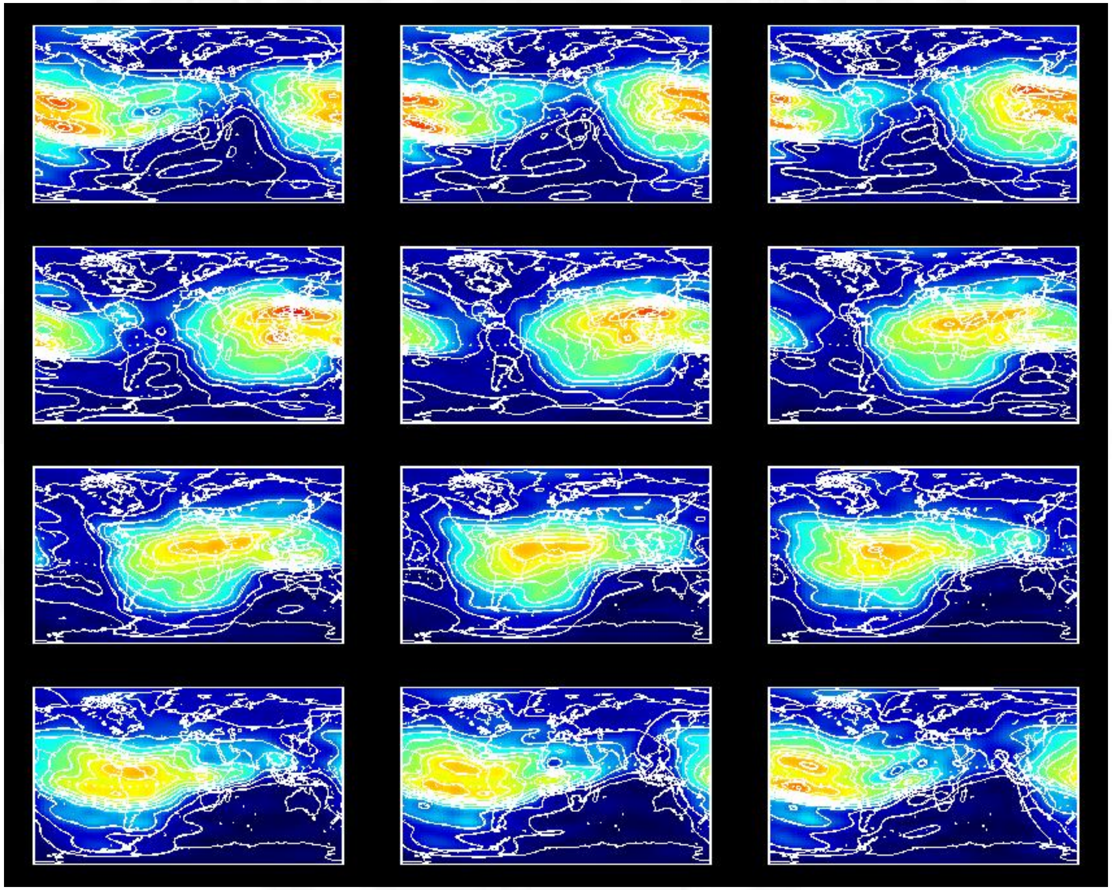
- 电子含量与太阳活动密切相关，太阳活动剧烈时，电子含量增加
- 太阳活动周期约为11年，上一高峰为2001年



1700年 – 1995年太阳黑子数

§5.3 与信号传播有关的误差

电子含量与地理位置的关系



2002.5.15 1:00 – 23:00 2小时间隔全球VTEC分布

§5.3 与信号传播有关的误差

常用电离层延迟改正方法分类

- 经验模型改正
  - 方法：根据以往观测结果所建立的模型
  - 改正效果：差
- 双频改正
  - 方法：利用双频观测值直接计算出延迟改正或组成无电离层延迟的组合观测量
  - 效果：改正效果最好
- 实测模型改正
  - 方法：利用实际观测所得到的离散的电离层延迟（或电子含量），建立模型（如内插）
  - 效果：改正效果较好

§5.3 与信号传播有关的误差

电离层改正的经验模型简介①

- Bent模型
  - 由美国的R.B.Bent提出
  - 描述电子密度
  - 是经纬度、时间、季节和太阳辐射流量的函数
- 国际参考电离层模型（IRI – International Reference Ionosphere）
  - 由国际无线电科学联盟（URSI – International Union of Radio Science）和空间研究委员会（COSPAR - Committee on Space Research）提出
  - 描述高度为50km-2000km的区间内电子密度、电子温度、电离层温度、电离层的成分等
  - 以地点、时间、日期等为参数

§5.3 与信号传播有关的误差

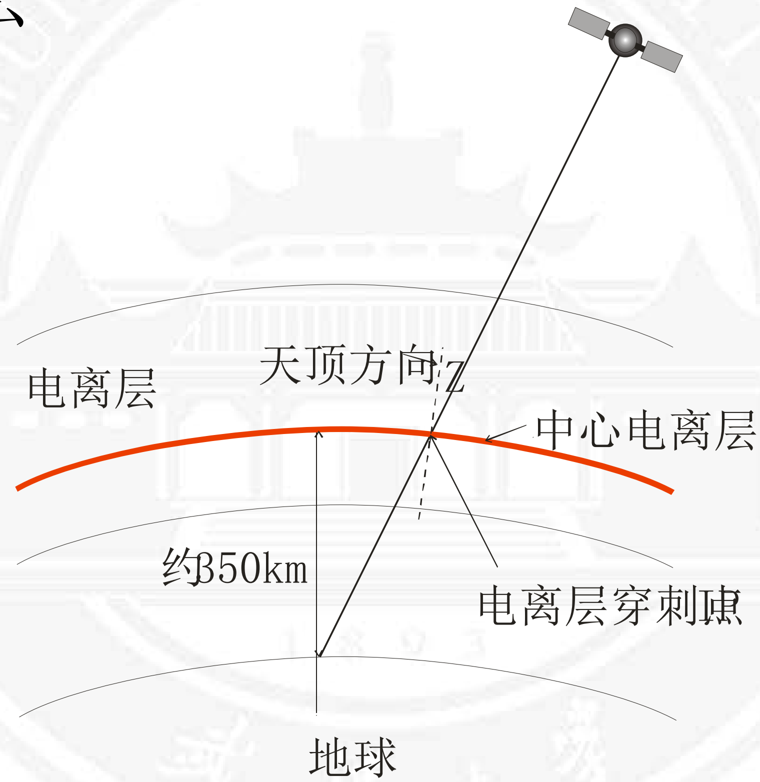
电离层改正的经验模型简介②

- Klobuchar模型
  - 由美国的J.A.Klobuchar提出
  - 描述电离层的时延
  - 广泛地用于GPS导航定位中
  - GPS卫星的导航电文中播发其模型参数供用户使用

§5.3 与信号传播有关的误差

Klobuchar模型①

- 中心电离层



中心电离层

§5.3 与信号传播有关的误差

Klobuchar模型②

- 模型算法

信号的电离层穿刺点处天顶方向的电离层时延

$$T_g = \sec Z \cdot [5\times10^{-9} + A\cos\frac{2\pi}{P}(t-14^h)]$$

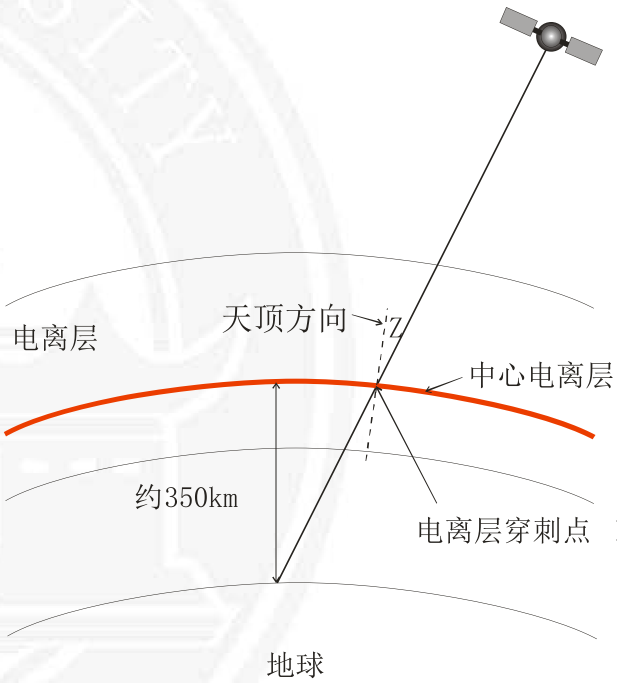
其中：

$$A = \sum_{i=0}^{3}\alpha_i\varphi_m{}^i;$$

$$P = \sum_{i=0}^{3}\beta_i\varphi_m{}^i;$$

$\alpha_i(i=0,1,2,3)$；$\beta_i(i=0,1,2,3)$由卫星所发送的导航电文提供；

φ_m为信号的电离层穿刺点IP处的地磁纬度，可采用下面步骤计算



§5.3 与信号传播有关的误差

Klobuchar模型③

- 模型算法（续）

计算测站S和IP在点心的夹角：$EA=(\frac{445°}{el+20°})-4°$，　el为测站处卫星的高度角

计算IP点的地心经纬度$\lambda_{IP},\varphi_{IP}$:

$$\varphi_{IP}=\varphi_S+EA\cdot\cos a;$$

$$\lambda_{IP}=\lambda_S+EA\cdot\frac{\sin a}{\cos\varphi_S};$$

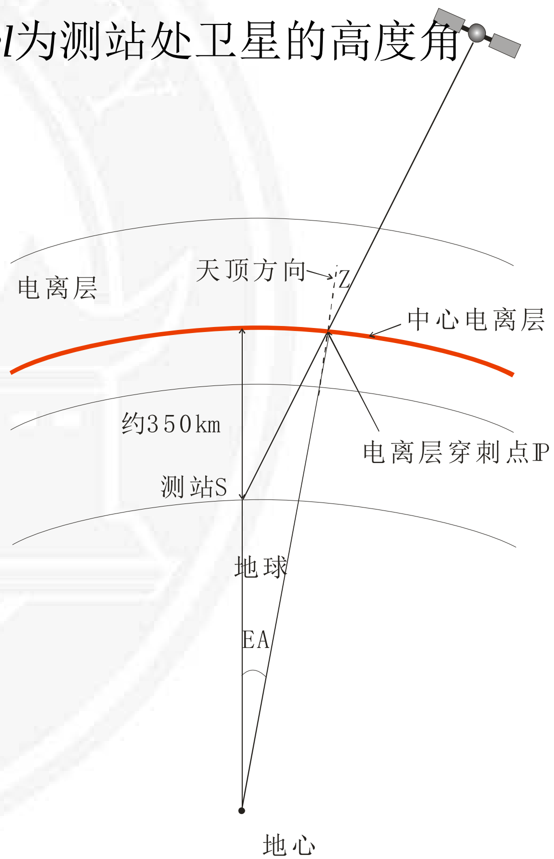
a为卫星的方位角

考虑到目前地磁北极位于东经291.0°，北纬78.4°

有$\varphi_m=\varphi_{IP}+11.6\cdot\cos(\lambda_{IP}-291.0°)$

t为IP处的地方时$t=UT+\frac{\lambda_{IP}}{15}$

Z为卫星信号在IP处的天顶距:$\sec Z=1+2\cdot(\frac{96°-el}{90°})^3$



- 改正效果：可改正60％左右

§5.3 与信号传播有关的误差

利用双频观测值进行电离层延迟改正

令$A=-40.3\cdot TEC$，即有电离层延迟$\Delta_{gr}^{iono}=-\frac{A}{f^2}$，或电离层延迟改正$V_{gr}^{iono}=-\Delta_{gr}^{iono}=\frac{A}{f^2}$

设：

采用$L1$上的测距码所测定的站星距为ρ_1，

采用$L2$上的测距码所测定的站星距为ρ_2

实际的站星距为S

则：$S=\rho_1+\frac{A}{f_1^2}=\rho_2+\frac{A}{f_2^2}$

得：$\Delta\rho=\rho_1-\rho_2=\frac{A}{f_2^2}-\frac{A}{f_1^2}=A\cdot\frac{f_1^2-f_2^2}{f_1^2\cdot f_2^2}=\frac{A}{f_1^2}\cdot\frac{f_1^2-f_2^2}{f_2^2}=\frac{A}{f_2^2}\cdot\frac{f_1^2-f_2^2}{f_1^2}$

即：$\Delta\rho=V_{gr}^{iono}{}_1\cdot\frac{f_1^2-f_2^2}{f_2^2}=V_{gr}^{iono}{}_2\cdot\frac{f_1^2-f_2^2}{f_1^2}=V_{gr}^{iono}{}_1\cdot\frac{154^2-120^2}{120^2}=V_{gr}^{iono}{}_2\cdot\frac{154^2-120^2}{154^2}$

$=0.6469\cdot V_{gr}^{iono}{}_1=0.3928\cdot V_{gr}^{iono}{}_2$

故：

$V_{gr}^{iono}{}_1=1.54573\cdot\Delta\rho$

$V_{gr}^{iono}{}_2=2.54573\cdot\Delta\rho$

§5.3 与信号传播有关的误差

利用双频观测值的线性组合消除电离层影响

无电离层影响的码伪距观测值组合

$$\rho_{Iono-free} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\rho_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\rho_2$$

$$\phi_{Iono-free} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\phi_1 - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2}\phi_2$$

无电离层影响的载波相位观测值组合

L1载波相位观测值

L2载波相位观测值

§5.3 与信号传播有关的误差

电离层延迟的实测模型改正①

- 基本思想
  - 利用基准站的双频观测数据计算电离层延迟
  - 利用所得到的电离层延迟量建立局部或全球的的TEC实测模型
- 类型
  - 局部模型
    - 适用于局部区域
  - 全球模型
    - 适用于全球区域

§5.3 与信号传播有关的误差

电离层延迟的实测模型改正②

- 局部（区域性）的实测模型改正
  - 方法

$$TEC(\varphi,s)=\sum_{n=0}^{n_{\max}}\sum_{m=0}^{m_{\max}}E_{nm}\cdot(\varphi-\varphi_0)^n\cdot(s-s_0)^m$$

其中：

φ为IP点的地心纬度，s为IP点的太阳时，$s=LT-\pi\approx UT+\lambda-\pi$;

$n_{\max},m_{\max}$为以φ和s为变量的二元泰勒级数展开式的最高阶数；

E_{nm}为展开式的系数（待求）；

φ_0,s_0为原点坐标。

  - 适用范围
    - 局部地区的电离层延迟改正

§5.3 与信号传播有关的误差

电离层延迟的实测模型改正③

- 全球（大范围）的实测模型改正
  - 方法

$$TEC(\varphi,s)=\sum_{n=0}^{n_{\max}}\sum_{m=0}^{n}\tilde{P}_{nm}\cdot\sin\varphi\cdot(a_{nm}\cdot\cos ms+b_{nm}\cdot\sin ms)$$

其中：

φ为IP点的地心纬度，s为IP点的太阳时，$s=LT-\pi\approx UT+\lambda-\pi$;

$n_{\max}$为球谐展开式的最高阶数；

$\tilde{P}_{nm}=\Lambda(n,m)\cdot P_{nm}$为基于正规化函数$\Lambda(n,m)$和勒让德($Legendre$)多项式$P_{n,m}$的$n$阶$m$次正规化缔合勒让德($Legendre$)多项式；

a_{nm},b_{nm}为球谐系数（待求）。

  - 适用范围：用于大范围和全球的电离层延迟改正

- 格网化的电离层延迟改正模型

§5.3 与信号传播有关的误差

对流层（Troposphere）

在卫星导航定位中，将这一部分大气对信号的影响称为电离层延迟

在卫星导航定位中，将这一部分大气对信号的影响统称为对流层延迟

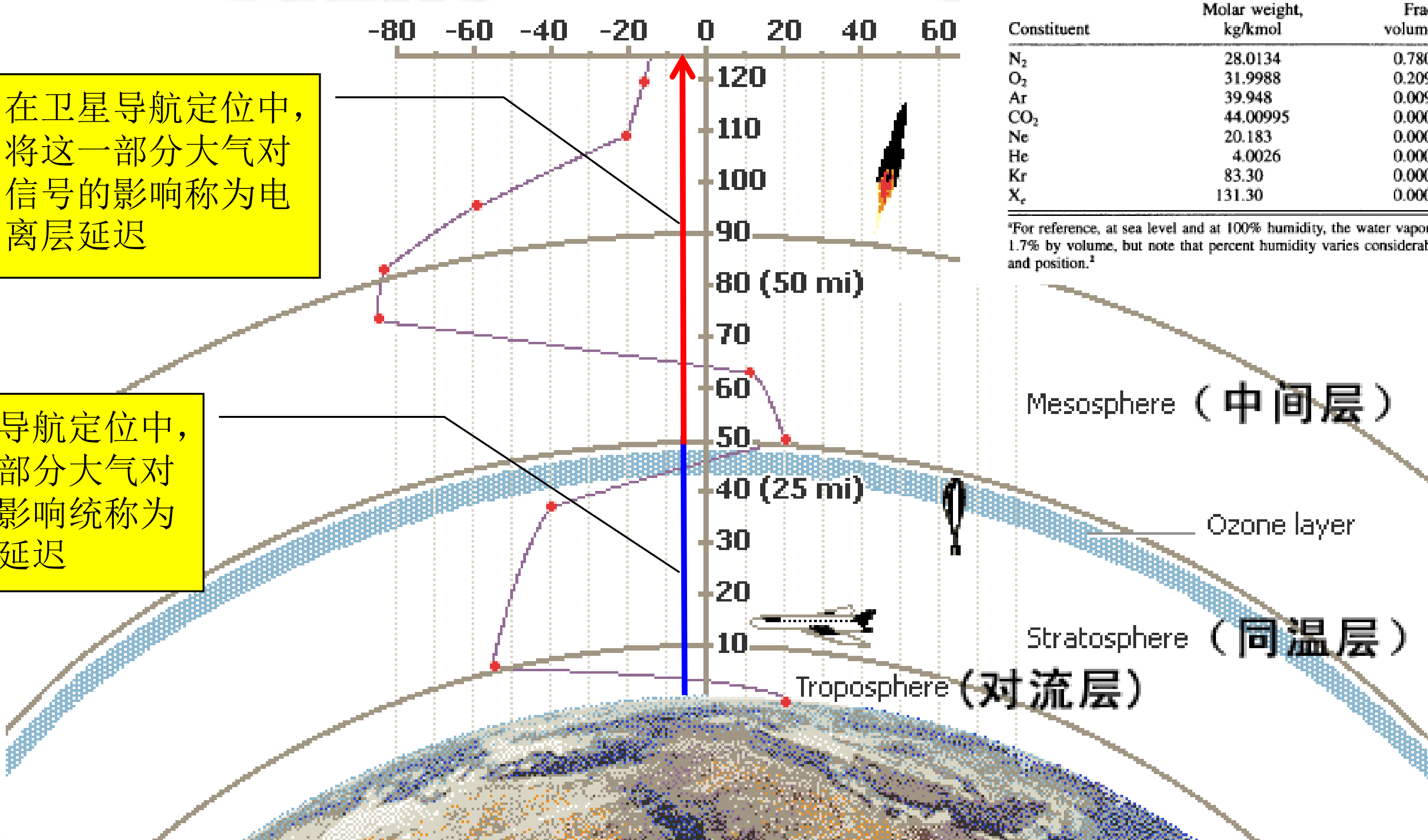


Table 1 Molar weights and approximate fractional volumes[a] of the major constituents of dry air[1]

Constituent	Molar weight, kg/kmol	Fractional volume unitless
N_2	28.0134	0.78084
O_2	31.9988	0.209476
Ar	39.948	0.00934
CO_2	44.00995	0.000314
Ne	20.183	0.00001818
He	4.0026	0.00000524
Kr	83.30	0.00000114
X_e	131.30	0.000000087

[a]For reference, at sea level and at 100% humidity, the water vapor occupies roughly 1.7% by volume, but note that percent humidity varies considerably with both time and position.[2]

§5.3 与信号传播有关的误差

对流层延迟

$$v=\frac{c}{n}$$

n称为大气折射系数（*refractive index of atmosphere*）

设ρ''为信号传播的真实距离，则

$$\rho''=\int_{\Delta t''}vdt=\int_{\Delta t''}\frac{c}{n}dt=\int_{\Delta t''}\frac{c}{1+(n-1)}dt=\int_{\Delta t''}c\cdot\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{K}(1-n)^{k}dt$$

$$\approx\int_{\Delta t''}c\cdot[1-(n-1)]dt=\int_{\Delta t''}cdt-\int_{\Delta t''}c(n-1)dt=c\cdot\Delta t''-\int_{s}(n-1)ds$$

$$(\text{当}x<1\text{时，有}\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k}x^{k}=\frac{1}{1+x})$$

故：

称:$\int_{s}(n-1)ds$为对流层延迟,$-\int_{s}(n-1)ds$对流层改正。

通常令：$N=(n-1)\times 10^{6}$，称其为大气折射指数（*atmospheric refractivity*）

§5.3 与信号传播有关的误差

对流层的色散效应

- 对流层的色散效应
  - 折射指数与信号波长的关系

$$N \times 10^6 = 287.604 + 1.6288 \cdot \lambda^{-2} + 0.0136 \cdot \lambda^{-4}$$

  - 对流层对不同波长的波的折射效应

	波长λ	N*10e6
红光	0. 72	290. 7966
紫光	0. 40	298. 3153
L1	1902936. 728	287. 6040
L2	2442102. 134	287. 6040

  - 结论
    - 对于GPS卫星所发送的电磁波信号，对流层不具有色散效应

§5.3 与信号传播有关的误差

大气折射率N与气象元素的关系

- 大气折射指数N与温度、气压和湿度的关系
  - Smith和Weintranb，1953

$$N = N_d + N_w = 77.6\frac{P}{T} + 77.6 \times 4810\frac{e}{T^2}$$

其中：

N_d称为干气分量；

N_w称为湿气分量；

P为大气压，单位$mbar$；

T为气温，为绝对温度，单位K；

e为水气压，单位$mbar$。

- 对流层延迟与大气折射率N

$$\Delta s = 10^{-16} \cdot \int_s N ds = 10^{-16} \cdot \int_s N_d ds + 10^{-16} \cdot \int_s N_w ds$$

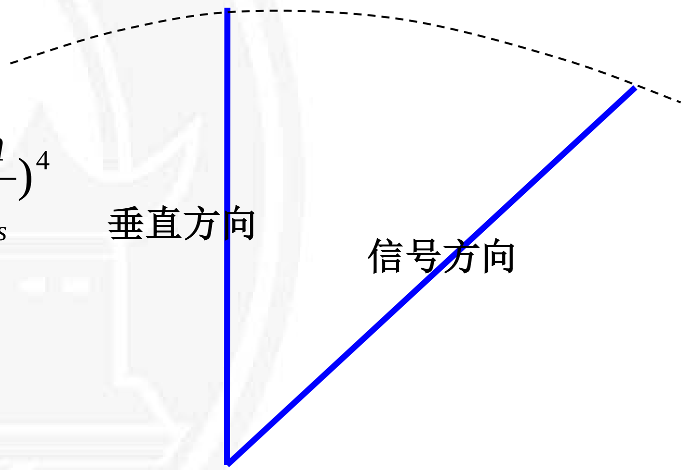
§5.3 与信号传播有关的误差

霍普菲尔德（Hopfield）模型①

- 出发点
  - 导出折射指数与高度的关系

$$\frac{dT}{dh}=-\beta;\quad \frac{dP}{dh}=-\rho g;\quad PV=RT;\quad C_d=\frac{R}{M}$$

$$\Rightarrow N=N_d+N_w=(N_d)_s\left(\frac{h_d-h}{h_d-h_s}\right)^4+(N_w)_s\left(\frac{h_w-h}{h_w-h_s}\right)^4$$



其中：

含下标s的量表示为测站上的值；

$h_d=40136+148.72\times(T_s-273.16)$

$h_w=11000$

  - 沿高度进行积分，导出垂直方向上的延迟
  - 通过投影（映射）函数，得出信号方向上的延迟

§5.3 与信号传播有关的误差

霍普菲尔德（Hopfield）模型②

- 对流层折射模型

$$\Delta s=\Delta s_d+\Delta s_w=\frac{K_d}{\sin(E^2+6.25)^{1/2}}+\frac{K_w}{\sin(E^2+2.25)^{1/2}}$$

$$K_d=155.2\times10^{-7}\times\frac{P_s}{T_s}\times(h_d-h_s)$$

$$K_w=155.2\times10^{-7}\times\frac{4810}{T_s^{\,2}}\times e_s\times(h_w-h_s)$$

$$h_d=40136+148.72\times(T_s-273.16)$$

$$h_w=11000$$

e_s为水气压

§5.3 与信号传播有关的误差

霍普菲尔德（Hopfield）模型③

- 投影函数的修正

$$\Delta S=\Delta S_d+\Delta S_w=K_d m_d+K_w m_w$$

其中m_d和m_w具有如下形式：

$$m=\cfrac{1}{\sin E+\cfrac{a_1}{tgE+\cfrac{a_2}{\sin E+a_3}}}$$

其中a_1,a_2,a_3是与测站气压、温度、高度等有关的量。

§5.3 与信号传播有关的误差

萨斯塔莫宁（Saastamoinen）模型①

- 原始模型

$$\Delta s = \frac{0.002277}{\sin E}[P_s + (\frac{1255}{T_s} + 0.05)e_s - \frac{B}{tg^2 E}]W(\varphi, h_s) + \delta R$$

其中：

$W(\varphi, h_s) = 1 + 0.0026\cos 2\varphi + 0.00028h_s$

B与h_s有关，可查表获得；

δR与E和h_s有关，可查表获得。

§5.3 与信号传播有关的误差

萨斯塔莫宁（Saastamoinen）模型②

- 拟合后的公式

$$\Delta s = \frac{0.002277}{\sin E'}[P_s + (\frac{1255}{T_s} + 0.05)e_s - \frac{a}{tg^2 E}]$$

其中：

$$E' = E + \Delta E$$

$$\Delta E = \frac{16''}{T_s}(P_s + \frac{4810}{T_s} e)ctgE$$

$$a = 1.16 - 0.15 \times 10^{-3} \times h_s + 0.716 \times 10^{-8} h_s^{\ 2}$$

§5.3 与信号传播有关的误差

勃兰克（Black）模型

$$\Delta s = K_d\left[\sqrt{1-\left(\frac{\cos E}{1+(1-l_0)\frac{h_d}{h_s}}\right)^2}-b(E)\right]+K_w\left[\sqrt{1-\left(\frac{\cos E}{1+(1-l_0)\frac{h_w}{h_s}}\right)^2}-b(E)\right]$$

其中：

$$l_0 = 0.833+[0.076+0.00015\times(T-273)]^{-0.3\cdot E}$$

$$b = 1.92(E^2+0.6)^{-1}$$

$$h_d = 148.98(T_s-3.96)$$

$$h_w = 13000$$

$$K_d = 0.002312\times(T_s-3.69)\times\frac{P_s}{T_s}$$

$$K_w = 0.20$$

§5.3 与信号传播有关的误差

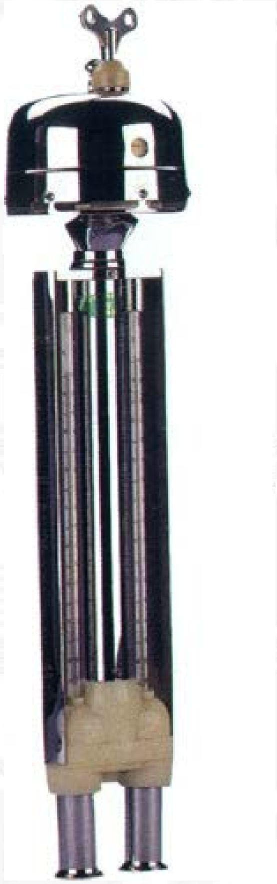
对流层模型综述

- 不同模型所算出的高度角30°以上方向的延迟差异不大
- Black模型可以看作是Hopfield模型的修正形式
- Saastamoinen模型与Hopfield模型的差异要大于Black模型与Hopfield模型的差异

§5.3 与信号传播有关的误差

气象元素的测定①

- 气象元素
  - 干温、湿温、气压
  - 干温、相对湿度、气压
- 测定方法
  - 普通仪器：
    - 通风干湿温度表
    - 空盒气压表
  - 自动化的电子仪器



通风干湿表

空盒气压表

§5.3 与信号传播有关的误差

气象元素的测定②

- 水气压es的计算方法
  - 由相对湿度RH计算

$$e_s = RH \times e^{(-37.2465+0.213166T_S-0.000256908T_S{}^2)}$$

  - 由干温、湿温和气压计算

$$e_w = 1013.246 \times (\frac{373.16}{T_w})^{5.02808} \times e^{-g(T_W)}$$

$$g(T_w) = g_1(T_W) + g_2(T_W) + g_3(T_W)$$

$$e_s = e_w - 4.5 \times 10^{-4} \times (1 + 1.68 \times 10^{-3} T_w) \times (T_s - T_w) P_s$$

$$g_1(T_w) = 18.19728 \times (\frac{373.16}{T_w} - 1)$$

$$g_2(T_w) = 0.0187265 \times (1 - e^{-8.03945 \times (\frac{373.16}{T_W} - 1)})$$

$$g_3(T_w) = 3.1813 \times 10^{-7} \times e^{26.1205 \times (1 - \frac{373.16}{T_W}) - 1}$$

§5.3 与信号传播有关的误差

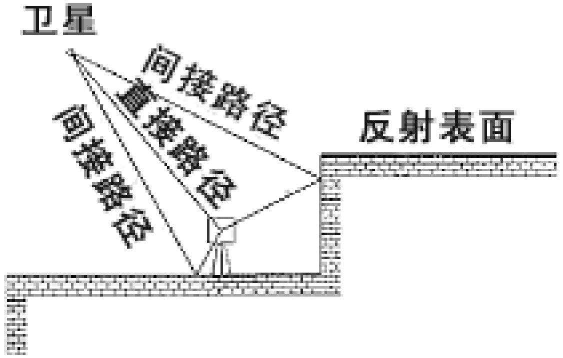
对流层模型改正的误差分析

- 模型误差
  - 模型本身的误差
- 气象元素误差
  - 量测误差
    - 仪器误差
    - 读数误差
  - 测站气象元素的代表性误差
  - 实际大气状态与大气模型间的差异

§5.3 与信号传播有关的误差

多路径误差与多路径效应

- 多路径（Multipath）误差
  - 在GPS测量中，被测站附近的物体所反射的卫星信号（反射波）被接收机天线所接收，与直接来自卫星的信号（直接波）产生干涉，从而使观测值偏离真值产生所谓的“多路径误差”。
- 多路径效应
  - 由于多路径的信号传播所引起的干涉时延效应称为多路径效应。



多路径效应

§5.3 与信号传播有关的误差

反射波

- 反射波的几何特性

反射信号相对于直接信号多经过的路径长度Δ为：

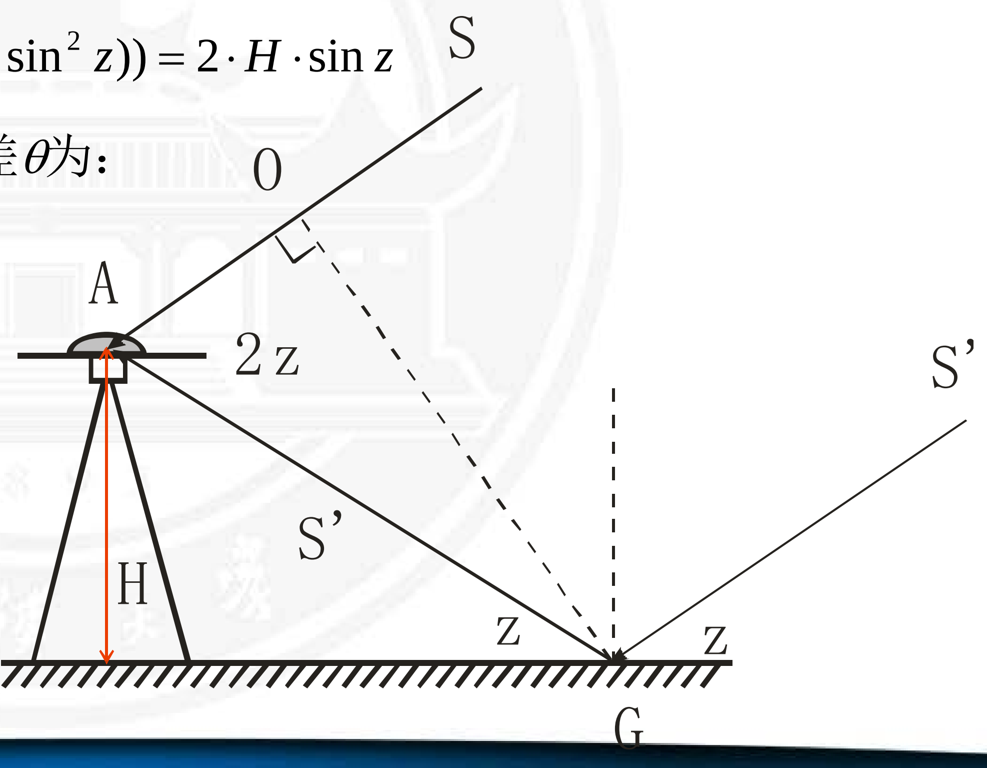
$$\Delta = GA - OA = GA - GA\cdot\cos 2z = GA\cdot(1-\cos 2z)$$

$$= \frac{H}{\sin z}\cdot(1-\cos 2z) = \frac{H}{\sin z}\cdot(1-(1-2\sin^2 z)) = 2\cdot H\cdot\sin z$$

反射信号相对于直接信号的相位差θ为：

$$\theta = \frac{\Delta}{\lambda}\cdot 2\pi = \frac{4\pi\cdot H\cdot\sin z}{\lambda}$$

- 反射波的物理特性
  - 反射系数a
  - 极化特性
    - GPS信号为右旋极化
    - 反射信号为左旋极化



§5.3 与信号传播有关的误差

多路径误差①

- 受多路径效应影响的情况下的接收信号

直接信号：$S_d = U \cdot \cos\omega t$

反射信号：$S_r = a \cdot U \cdot \cos(\omega t + \theta)$

实际接收信号：

$$S = S_d + S_r = U \cdot \cos\omega t + a \cdot U \cdot \cos(\omega t + \theta)$$

$$= U \cdot \cos\omega t + a \cdot U \cdot \cos\omega t \cos\theta - a \cdot U \cdot \sin\omega t \sin\theta$$

$$= (1 + a \cdot \cos\theta) \cdot U \cdot \cos\omega t - (a \cdot \sin\theta) \cdot U \cdot \sin\omega t$$

因为接收信号也可表示为：

$$S = \beta \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \beta \cdot U \cdot \cos\omega t \cos\varphi - \beta \cdot U \cdot \sin\omega t \sin\varphi$$

$$= (\beta \cdot \cos\varphi) \cdot U \cdot \cos\omega t - (\beta \cdot \sin\varphi) \cdot U \cdot \sin\omega t$$

§5.3 与信号传播有关的误差

多路径误差②

则有：

$$1+a\cdot\cos\theta=\beta\cdot\cos\varphi$$

$$a\cdot\sin\theta=\beta\cdot\sin\varphi$$

对上面两式求平方和，有

$$(1+a\cdot\cos\theta)^2+(a\cdot\sin\theta)^2=(1+2\cdot a\cdot\cos\theta+(a\cdot\cos\theta)^2)+(a\cdot\sin\theta)^2$$

$$=(1+2\cdot a\cdot\cos\theta+a^2)=(\beta\cdot\cos\varphi)^2+(\beta\cdot\sin\varphi)^2=\beta^2$$

得：$\beta=\sqrt{1+2\cdot a\cdot\cos\theta+a^2}$

将上面两式中的第一式除以第二式，有

$$tg\varphi=\frac{a\cdot\sin\theta}{1+a\cdot\cos\theta}$$

得：$\varphi=arctg(\dfrac{a\cdot\sin\theta}{1+a\cdot\cos\theta})$

§5.3 与信号传播有关的误差

多路径误差③

- 多路径的数值特性

$$\frac{d\varphi}{d\theta}=\frac{1}{1+(\frac{a\sin\theta}{1+a\cos\theta})^2}\cdot\frac{(1+a\cos\theta)\cdot a\cos\theta+a^2\sin\theta}{(1+a\cos\theta)^2}$$

$$=\frac{a\cos\theta+a^2}{(1+a\cos\theta)(1+a\cos\theta+a\sin\theta)}=0$$

则，当$\theta=\pm\arccos(-a)$时，φ取得极值;

$$\varphi_{\max}=\pm\arcsin a$$

- 受多个反射信号影响的情况

$$\varphi=arctg(\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\sin\theta_i}{1+\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\cos\theta_i})$$

§5.3 与信号传播有关的误差

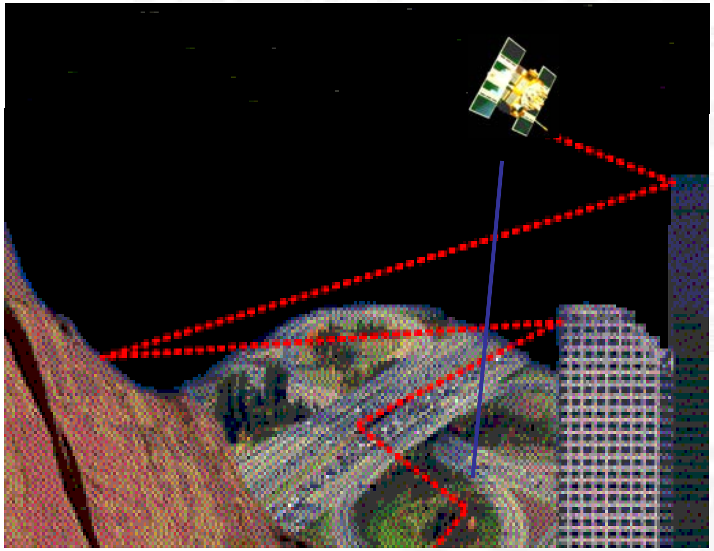
多路径误差的特点

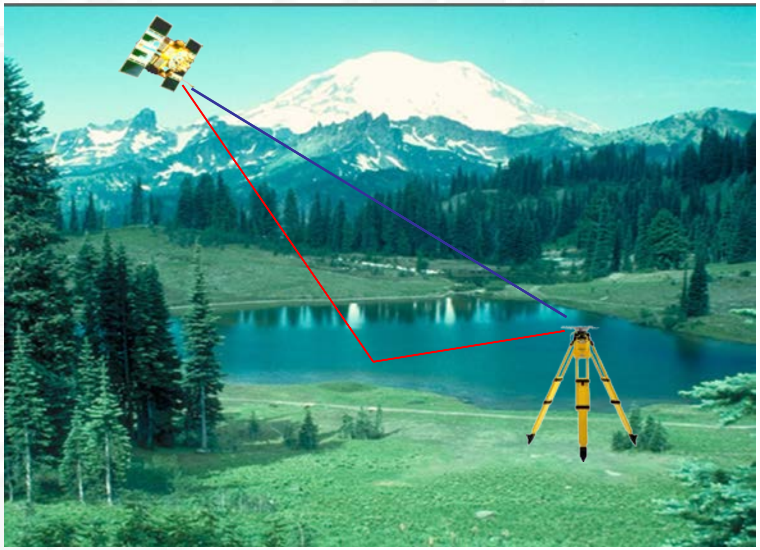
- 与测站环境有关
- 与反射体性质有关
- 与接收机结构、性能有关

§5.3 与信号传播有关的误差

应对多路径误差的方法①

- 观测上
  - 选择合适的测站，避开易产生多路径的环境





易发生多路径的环境

§5.3 与信号传播有关的误差

应对多路径误差的方法②

- 硬件上
  - 采用抗多路径误差的仪器设备
    - 抗多路径的天线：带抑径板或抑径圈的天线，极化天线
    - 抗多路径的接收机：窄相关技术MEDLL(Multipath Estimating Delay Lock Loop)等

抗多路径效应的天线

§5.3 与信号传播有关的误差

应对多路径误差的方法③

- 数据处理上
  - 加权
  - 参数法
  - 滤波法
  - 信号分析法
  - 模板法
  - …

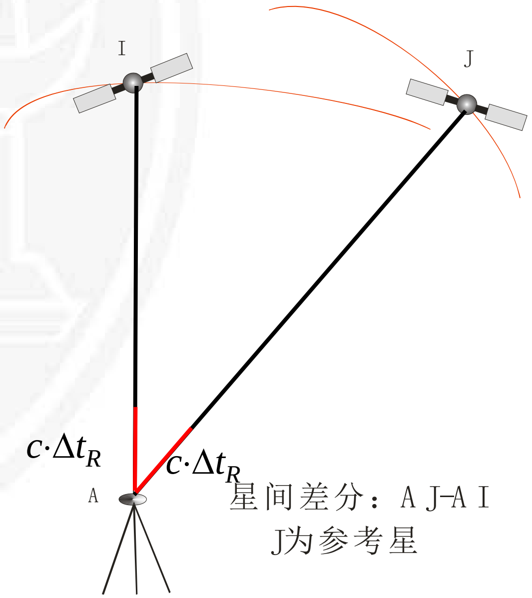
§5.4 与接收机有关的误差

- 接收机钟误差
- 接收机的位置误差
- 天线相位中心位置的偏差

§5.4 与接收机有关的误差

接收机钟的误差及其处理方法

- 定义
  - 接收机钟读数与真实的GPS时间之差
- 处理方法
  - 作为参数进行估计
  - 通过观测值的星间差分加以消除



§5.4 与接收机有关的误差

接收机的位置误差

- 接收机天线相位中心相对测站标石中心位置的误差
- 包括天线的置平和对中误差，量取天线高误差。
- 在变形监测中，应采用有强制对中装置的观测墩。

§5.4 与接收机有关的误差

天线相位中心位置的偏差

- 在GPS测量中，观测值都是以接收机天线的相位中心位置为准的，而天线的相位中心与其几何中心，在理论上应保持一致。
- 观测时相位中心的瞬时位置(一般称相位中心)与理论上的相位中心将有所不同，这种差别叫~
- 在实际工作中，如果使用同一类型的天线，在相距不远的两个或多个观测站上同步观测同一组卫星，可通过观测值的求差消弱相位中心偏移的影响。

§5.5 其它误差

其他误差源

- 引力延迟
- 地球自转改正
- 地球固体潮改正
- 天线相位中心偏差及变化改正
- 相位回旋
- …

卫星定位精度

- 静态测量

  ±5mm ± 1ppm

- RTK

  ± 1cm + 1ppm 水平

  ± 2cm + 1ppm 垂直

- DGPS

  ±0.2m + 1ppm RMS