



第四章 GPS定位数据处理

§ 4.1 数据预处理

§ 4.2 GPS基线解算

§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

§ 4.4 GPS高程问题



§ 4.1 数据预处理

– 目的

- 获得干净的观测值

– 过程

- 数据传输和格式转换
- 数据标准化
- 数据筛选和编辑
- 接收机钟差估算
- 差分观测值或线性组合观测值形成
- 基线向量近似解估算
- 周跳探测、修复或标记



§ 4.1 数据预处理

数据传输和格式转换

- **数据传输：** 将包括原始观测值和导航电文等在内的数据从GPS计算机的内部存储器或其用来记录数据的可移动存储介质中下载到计算机中，并以接收机专有格式存储在计算机的存储介质中。
- **格式转换：** 将传输到计算机中以专有格式存储的数据进行格式转换，较常见的是转换为RINEX格式。



§ 4.1 数据预处理

数据标准化

- **数据标准化：** 从参与基线解算的各类数据文件中提取所需信息，对能够确定方法和模型进行改正和改化的项目进行相应处理，并将经过处理的数据按内部数据结构进行存储，最终得出直接用于形成基线解算数学模型的标准数据。
- **所做的工作：** 时标同步、接收机天线相位中心改正、卫星轨道标准化等。



§ 4.1 数据预处理

数据筛选和编辑

- **根据：**观测值的信噪比、卫星高度角、卫星健康状况、观测值间的同步情况等。



§ 4.1 数据预处理

差分观测值和线性组合观测值形成

- 在进行基线解算时，通常采用双差观测模型。
- 双差观测值涉及两个测站对两颗卫星的观测数据，基本形成方式如下：

$$\Delta\nabla\phi_{i,j}^{k,l} = (\phi_j^l - \phi_i^l) - (\phi_j^k - \phi_i^k)$$

- $\Delta\nabla\phi_{i,j}^{k,l}$ 为与测站*i*, *j*和卫星*k*, *l*有关的双差观测值； ϕ_j^l (ϕ_i^l) 为测站*j*(*i*)对卫星*l*的载波相位观测值。 ϕ_j^k (ϕ_i^k) 为测站*j*(*i*)对卫星*k*的载波相位观测值。



§ 4.1 数据预处理

基线向量近似值估算

- 在进行正式的基线解算时需要有一个较高精度的基线向量近似值，该近似值主要用途有两种：
 - (1). 用于周跳的探测与修复。
 - (2). 用于形成线性化的观测方程或误差方程。

通常，可以将基线向量的三差解用作基线向量的近似值。



§ 4.1 数据预处理

周跳的探测与处理

- 常用的周跳探测方法有多项式拟合法、高次差法和残差法等。



§ 4.2 GPS基线解算

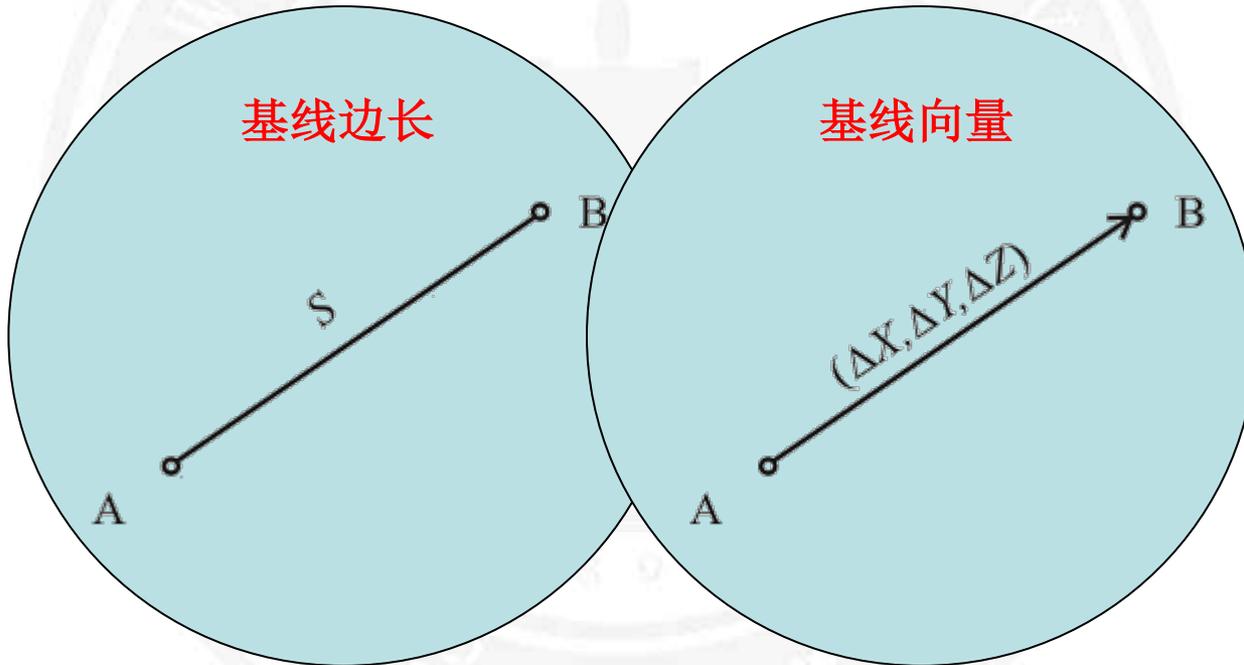
基线解算模式



§ 4.2 GPS基线解算

基线向量解

- 基线边长与基线向量



基线边长（左）与基线向量（右）



§ 4.2 GPS基线解算

基线向量解

- 基线向量的表达方式

- 空间直角坐标的坐标差

$$\mathbf{b}_i = [\Delta X_i \quad \Delta Y_i \quad \Delta Z_i]^T$$

- 大地坐标的坐标差

$$\mathbf{b}_i = [\Delta B_i \quad \Delta L_i \quad \Delta H_i]^T$$

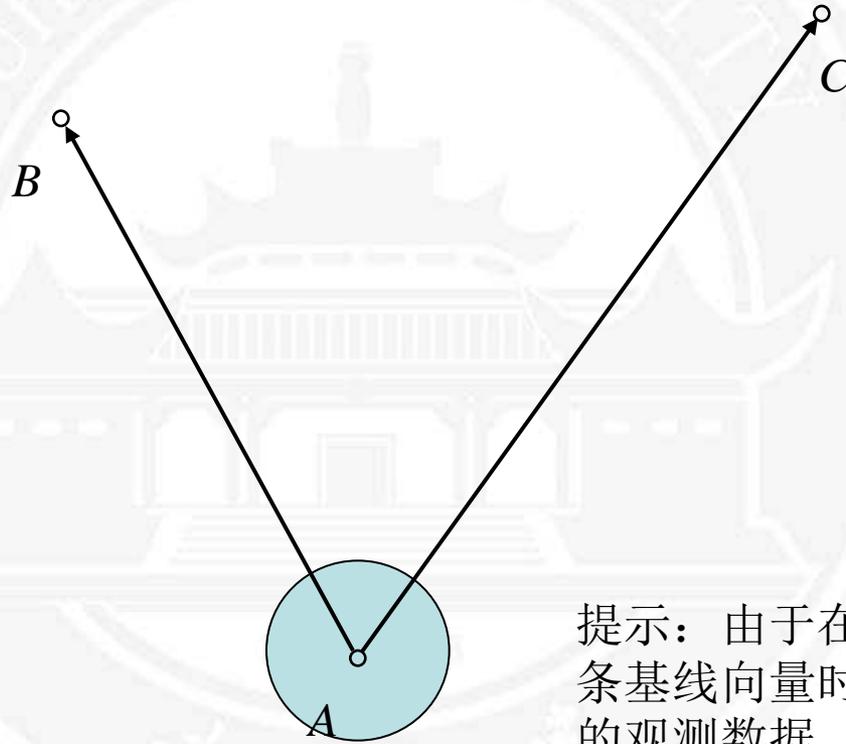
- 站心地平坐标的坐标差

$$\mathbf{b}_i = [\Delta N_i \quad \Delta E_i \quad \Delta U_i]^T$$



§ 4.2 GPS基线解算

同步观测基线间的误差相关性



提示：由于在计算 AB 、 AC 两条基线向量时，均用到了 A 点的观测数据，因而 A 点观测数据中的误差将同时对这些基线产生影响。



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

- 单基线解/基线模式
- 多基线解/时段模式
- 整体解/战役模式



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

- 单基线解/基线模式
 - 解算方法
 - 一次仅同时提取两台**GPS**接收机的同步观测数据进行基线解算。
 - 特点
 - 模型简单，参数较少，计算量小
 - 解算结果无法反映同步观测基线间的误差相关性
 - 无法充分利用观测数据之间的关联性
 - 适用范围
 - 一般工程应用



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

- 单基线解/基线模式

- 基线解结果

- 基线向量估值 $\mathbf{b}_i = [\Delta X_i \quad \Delta Y_i \quad \Delta Z_i]^T$
 - 基线向量估值的方差-协方差阵

$$\mathbf{d}_{b_i} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta X_i}^2 & \sigma_{\Delta X_i \Delta Y_i} & \sigma_{\Delta X_i \Delta Z_i} \\ \sigma_{\Delta Y_i \Delta X_i} & \sigma_{\Delta Y_i}^2 & \sigma_{\Delta Y_i \Delta Z_i} \\ \sigma_{\Delta Z_i \Delta X_i} & \sigma_{\Delta Z_i \Delta Y_i} & \sigma_{\Delta Z_i}^2 \end{bmatrix}$$



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

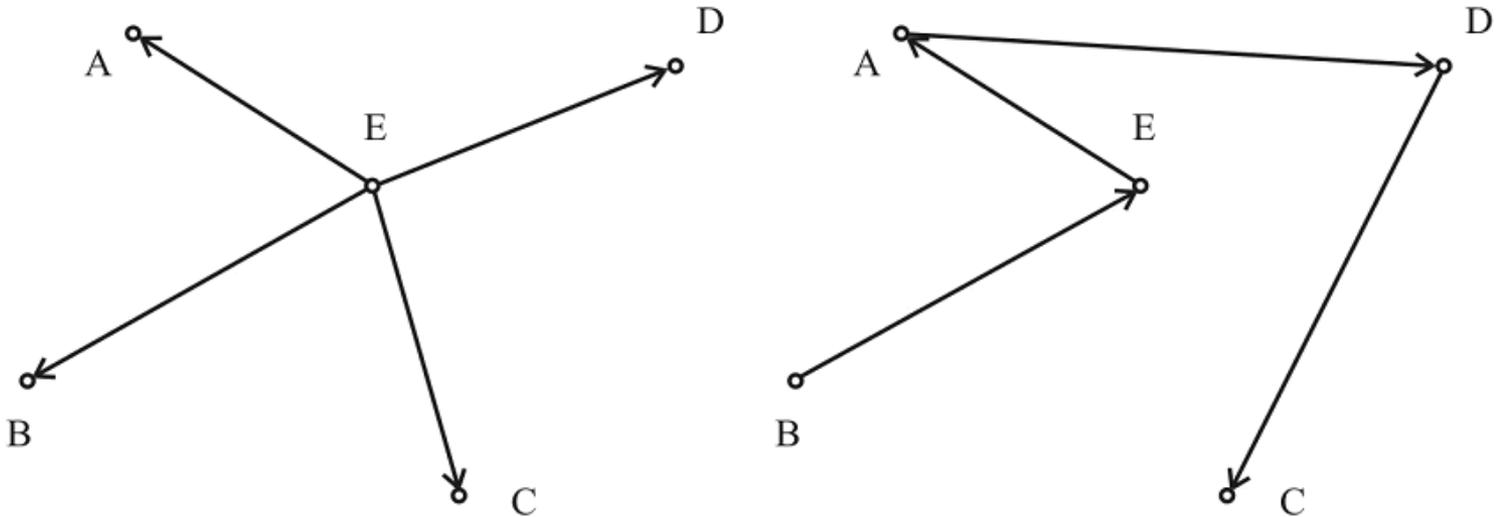
- 多基线解/时段模式
 - 解算方法
 - 一次提取一个观测时段中所有进行同步观测的 n 台接收机所采集的同步观测数据，在一个单一解算过程中共同解求出所有 $n - 1$ 条相互函数独立的基线。
 - 特点
 - 数学模型严密，能反映出同步观测基线间的统计相关性
 - 数学模型和解算过程比较复杂，计算量较大
 - 适用范围
 - 对质量要求严格的应用



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

- 多基线解/时段模式
 - 基线选择方法



射线法（左）和导线法（右）



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

- 多基线解/时段模式

- 基线解结果

- 基线向量估值 $B_i = \left[\mathbf{b}_{i,1} \quad \mathbf{b}_{i,2} \quad \cdots \quad \mathbf{b}_{i,m_i-1} \right]^T$

- 基线向量估值的方差-协方差阵

$$D_{B_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{b_{i,1},b_{i,1}} & \mathbf{d}_{b_{i,1},b_{i,2}} & \cdots & \mathbf{d}_{b_{i,1},b_{i,m-1}} \\ \mathbf{d}_{b_{i,2},b_{i,1}} & \mathbf{d}_{b_{i,2},b_{i,2}} & \cdots & \mathbf{d}_{b_{i,2},b_{i,m-1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{d}_{b_{i,m-1},b_{i,1}} & \mathbf{d}_{b_{i,m-1},b_{i,2}} & \cdots & \mathbf{d}_{b_{i,m-1},b_{i,m-1}} \end{bmatrix}$$



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算模式

- 整体解/战役模式
 - 解算方法
 - 一次提取项目整个观测过程中所有观测数据，在一个单一解算过程中同时对它们进行处理，得出所有独立基线。
 - 特点
 - 数学模型严密，能反映出同步观测基线间的统计相关性
 - 避免了结果在几何上的不一致性
 - 数学模型和解算过程复杂，计算量大
 - 适用范围
 - 高精度定位、定轨



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算的基本流程

- 基线解算的处理流程（数据处理软件内部）
 - 数据预处理
 - 建立数学模型
 - 确定基线向量的浮动解
 - 确定整周未知数
 - 确定基线向量的固定解



§ 4.2 GPS基线解算

- **建立数学模型**
 - 包括函数模型和随机模型
 - 通常为双差模型
 - 模型参数通常包括
 - 坐标（基线向里）
 - 整周模糊度
 - 天顶方向的对流层延迟



§ 4.2 GPS基线解算

影响基线解算结果质量的因素

- 观测值的质量
- 观测的几何条件
- 卫星轨道数据的质量
- 数据处理的模型和方法



§ 4.2 GPS基线解算

观测值质量的影响

- 精度
 - 越高越好
- 采样率
 - 采样率高，有利于进行周跳探测，但考虑到存储容量和计算负担，静态测量最高不要超过5秒
- 周跳发生的频度
 - 周跳发生频度高，将会影响周跳探测及周跳处理算法的效能
- 受包括多路径在内的干扰效应影响程度
 - 干扰将影响观测值的准确度



§ 4.2 GPS基线解算

观测几何条件的影响

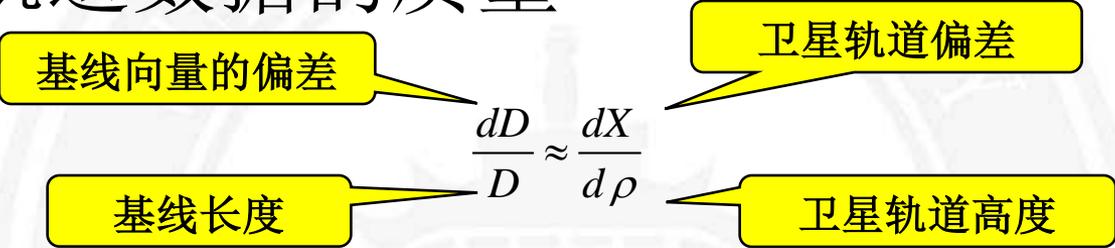
- 卫星数量
 - 卫星数量多，对基线解算有利
- 卫星分布
 - 卫星分布均，对基线解算有利
- 观测期间卫星位置的变化
 - 观测期间同一卫星位置变化大，对模糊度/基线解算



§ 4.2 GPS基线解算

卫星轨道数据质量的影响

- 卫星轨道数据的质量



数据类型	子类型	精度	延迟	更新	采样率
广播	轨道	~160cm	实时	-	每日
	星钟	~7ns			
超快（半预报）	轨道	~10cm	实时	每日 4 次	15min
	星钟	~5ns			
超快（半实测）	轨道	<5cm	3h	每日 4 次	15min
	星钟	~0.2ns			
快速	轨道	<5cm	17	每日	15min
	星钟	~0.1ns			
最终	轨道	<5cm	~13d	每周	15min
	星钟	~0.1ns			5min



§ 4.2 GPS基线解算

数据处理模型和方法的影响

- 数学模型
 - 函数模型能否准确反应观测值之间、观测值与待定参数之间的关系
 - 随机模型能否准确刻画观测值的精度及误差相关的特性
- 算法
 - 周跳探测和修复或处理能力的高低
 - 模糊度确定算法效能的高低
 - 解的稳定性



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算函数模型需顾及的问题

- 几何关系
 - 定义：接收机天线与卫星天线的相位中心在地心地固系下的几何关系
 - 特点：影响函数模型
- 观测值偏差
 - 定义：观测值中所含偏差
 - 特点：影响观测值本身



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算函数模型需顾及的问题

- 影响几何关系的因素
 - 卫星位置及姿态：姿态用于将轨道数据的参考位置由卫星质心改化到天线相位中心
 - 测站位置：受地球固体潮、大气负荷潮、海洋负荷潮影响
 - 天线高：在GPS静态测量定位的观测过程中，接收机天线高保持不变
 - 卫星及接收机天线相位中心的物理特性：天线相位中心的偏移和变化



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算函数模型需顾及的问题

- 影响观测值的因素
 - 卫星钟差
 - 卫星信号通道延迟
 - 大气传播延迟（包括电离层与对流层的传播延迟）
 - 接收机钟差
 - 接收机信号通道延迟



§ 4.2 GPS基线解算

GPS测量中偏差的处理

- 参数法
 - 作为参数引入函数模型进行估计
- 差分法
 - 采用差分观测值模型消除或减弱其影响
- 测定法
 - 直接利用仪器进行测定
- 模型法
 - 利用进行模型改正
- 忽略



§ 4.2 GPS基线解算

基线解算阶段的质量控制



§ 4.2 GPS基线解算

基线质量控制的目的是内容

- 基线质量控制的目的是
 - 为后续的数据处理分析提供合格的基线向量结果。
- 基线质量控制的内容
 - 质量评定
 - 通过一系列的指标，对基线向量结果的质量进行评估，发现质量差（不合格的基线）。
 - 质量改善
 - 通过数据处理手段，提高基线向量结果的质量。



§ 4.2 GPS基线解算

评定基线质量的指标

- 相对指标
 - 特点：仅具参考意义
 - 指标：观测值的参考方差，观测值残差的RMS，RATIO，数据删除率
- 半绝对指标
 - 特点：能用于判定基线是否不合格，但不能用于判定基线是否合格
 - 指标：同步环闭合差
- 绝对指标
 - 特点：可用于判定基线是否合格
 - 指标：独立环闭合差，复测基线较差



§ 4.2 GPS基线解算

相对指标①

- 观测值的参考方差（Reference Variance）

— 定义 $\hat{\sigma}_0$

参考方差

观测值的残差

观测值的权

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\dot{V}^T P V}{f}}$$

自由度

— 实质

- 一定程度地反映了观测值质量的优劣



§ 4.2 GPS基线解算

相对指标②

- 观测值残差的RMS
 - 定义：观测值残差的RMS（Root Mean Square/均方根）

观测值的均方根误差

观测值的残差

$$RMS = \sqrt{\frac{V^T V}{n}}$$

观测值的数量

– 实质

- 反映了观测值与参数估值间的符合程度
- 一定程度地反映了观测值质量的优劣
- 一般认为，RMS越小越好



§ 4.2 GPS基线解算

相对指标③

- 数据删除率
 - 定义：在基线解算时，如果观测值的改正数大于某一个阈值时，则认为该观测值含有粗差，则需要将其删除。被删除观测值的数量与观测值的总数的比值，就是所谓的数据删除率。
 - 实质：数据删除率从某一方面反映出了GPS原始观测值的质量。数据删除率越高，通常表明观测值的质量越差。



§ 4.2 GPS基线解算

相对指标④

- **RATIO**

- 定义

$$RATIO = RMS_{\text{次最小}} / RMS_{\text{最小}}$$

- 实质

- 反映了所确定出的整周未知数参数的可靠性，该值总大于等于1，值越大，可靠性越高。
 - 这一指标取决于多种因素，既与观测值的质量有关，也与观测条件（卫星星座的几何图形的分布和变化）的好坏有关。



§ 4.2 GPS基线解算

相对指标⑤

- RDOP

- 定义：所谓RDOP值指的是在基线解算时待定参数的协因数阵的迹的平方根，即

- 实质：
$$RDOP = (tr(Q))^{1/2}$$

- RDOP值的大小与基线位置和卫星在空间中的几何分布及运行轨迹（即观测条件）有关，当基线位置确定后，RDOP值就只与观测条件有关了，而观测条件又是时间的函数，因此，实际上对与某条基线向量来讲，其RDOP值的大小与观测时间段有关。
 - RDOP表明了GPS卫星的状态对相对定位的影响，即取决于观测条件的好坏，它不受观测值质量好坏的影响。



§ 4.2 GPS基线解算

半绝对指标

- 同步环闭合差
 - 定义
 - 由同步观测基线所组成的闭合环的闭合差。
 - 特点
 - 理论上：由于同步观测基线间具有一定的内在联系，同步环闭合差在理论上应总是为0。
 - 实践中：只要数学模型正确、数据处理无误，即使观测值质量不好，同步环闭合差将非常小。
 - 实质
 - 若同步环闭合差超限，则说明组成同步环的基线中至少存在一条基线向量是错误的
 - 若同步环闭合差没有超限，还不能说明组成同步环的所有基线在质量上均合格。



§ 4.2 GPS基线解算

绝对质量指标①

- 异步环闭合差

- 定义

- 由相互独立的基线所组成的闭合环的闭合差。

- 实质

- 异步环闭合差满足限差要求时，则表明组成异步环的基线向量的质量是合格的。
 - 当异步环闭合差不满足限差要求时，则表明组成异步环的基线向量中至少有一条基线向量的质量不合格。
 - 要确定出哪些基线向量的质量不合格，可以通过多个相邻的异步环或重复基线来判定。



§ 4.2 GPS基线解算

绝对质量指标②

- 复测基线较差（重复基线互差）
 - 定义
 - 不同观测时段，对同一条基线的观测结果，就是所谓重复基线。这些观测结果之间的差异，就是复测基线较差。
 - 实质
 - 复测基线较差满足限差要求时，则表明基线向量的质量是合格的。
 - 复测基线较差不满足限差要求时，则表明复测基线中至少有一条基线向量的质量不合格。
 - 要确定出哪些基线向量的质量不合格，可以通过多条复测基线来判定。



§ 4.2 GPS基线解算

影响基线质量的因素①

- 基线解算时所设定的起点坐标不准确
 - 影响方式：导致基线向量发生偏差
 - 影响程度：

$$\frac{dD}{D} \approx \frac{dX}{d\rho}$$

基线向量的偏差

起点坐标的偏差

基线长度

GPS卫星轨道高度

- 少数卫星的观测时间太短
 - 影响方式：导致与该卫星有关的整周未知数固定困难
 - 影响程度：对于基线解算来讲，对于参与计算的卫星，如果与其相关的整周未知数没有准确确定的话，就将严重影响整个基线解算结果的质量



§ 4.2 GPS基线解算

影响基线质量的因素②

- 在整个观测时段中，有个别卫星或个别时间段周跳太多，致使周跳修复不完善
 - 影响方式：导致整周未知数固定困难
 - 影响程度：严重影响基线向量的质量
- 在观测时段内，多路径效应比较严重，观测值的改正数普遍较大
 - 影响方式：导致基线向量质量下降，严重时导致整周未知数固定困难
 - 影响程度
 - 随多路径效应的严重程度，对基线质量的影响将有所不同
 - 多路径效应对基线向量的水平方向影响较大



§ 4.2 GPS基线解算

影响基线质量的因素③

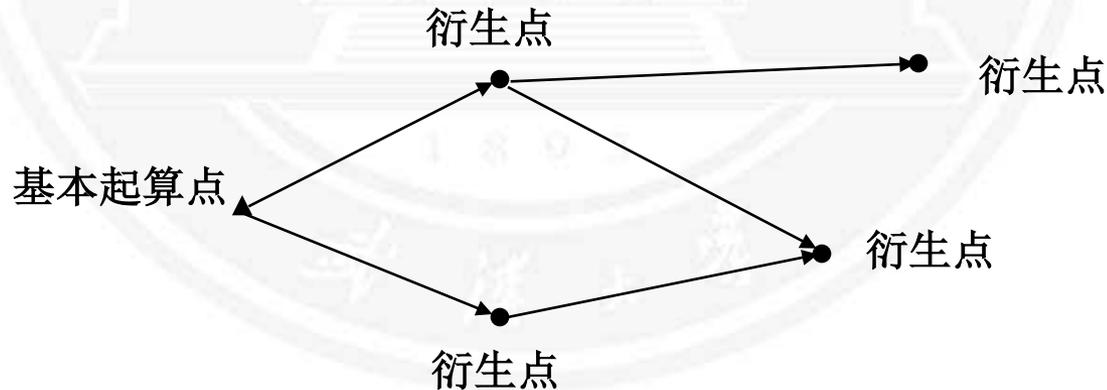
- 对流层折射影响或电离层折射影响较大
 - 影响方式：导致基线向量质量下降，严重时导致整周未知数固定困难
 - 影响程度
 - 随大气折射影响的严重程度，对基线质量的影响将有所不同
 - 大气折射影响对基线向量的垂直方向影响较大
- 其它因素
 - 卫星轨道误差较大
 - 数学模型问题：地球潮汐、地球自转、卫星姿态及天线相位中心问题等



§ 4.2 GPS基线解算

改善基线质量的方法①

- 基线起点坐标不准确的应对方法
 - 使用坐标精度高的点作为起算点
 - 获取较为准确坐标的方法（两种）
 - 与已知点（IGS跟踪站）联测（可获得分米级以上精度的地心坐标）
 - 长时间单点定位（数小时单点定位，可获得米级精度的地心坐标）
 - 所有基线从一点或由该点衍生出的点起算





§ 4.2 GPS基线解算

改善基线质量的方法②

- 删卫星、截时段、改变截止高度角
 - 仅有个别卫星残差不正常时，可删卫星
 - 仅有个别子时段观测值残差不正常时，可截时段
 - 当在卫星起落部分的观测值残差不正常时，可改变截止高度角

注意：以上方法都将减少有效的观测数据，从而减弱图形强度，一般不应大量地删除观测数据。



§ 4.2 GPS基线解算

改善基线质量的方法③

- 改变其它控制参数
 - 数据删除标准 — 编辑因子
 - **RATIO**之阈值 — 取消此阈值，用户根据结果判定模糊度固定正确与否
 - 大气折射延迟改正方法或模型
 - 当L2相位为全波长时，可尽量采用**Iono-free**组合消除电离层折射影响；当L2相位为半波长，对于短基线，可尝试仅使用L1单频数据处理
 - 对于对流层折射，可尝试不同的改正模型，以及天顶对流层延迟参数的估计方法（分段时间长度或随机过程的控制参数）
 - ...



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

GPS网平差





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

GPS网平差的目的

- 消除GPS网几何上的不一致性
 - 闭合条件
 - 重复条件
 - 附合条件
- 评定GPS网的内符合精度
- 确定点在指定参照系下的坐标
 - 引入位置基准
 - 引入其它的起算条件



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

GPS网平差的类型

- GPS网平差的类型
 - 无约束平差/最小约束平差
 - 约束平差
 - 联合平差



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

GPS网平差的类型(续)

- 无约束平差/最小约束平差
 - 观测值
 - GPS观测值（GPS基线向量）
 - 约束条件
 - 无或最少约束条件数
 - 目的
 - 判别是否存在粗差基线
 - 调整各基线向量观测值的权
 - 确定各点在地心地固系下的相对位置关系



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

GPS网平差的类型(续)

- 约束平差
 - 观测值
 - GPS观测值（GPS基线向量）
 - 约束条件
 - 多于最少约束条件数
 - 目的
 - 确定各点在指定坐标参照系下的坐标



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

GPS网平差的类型(续)

- 联合平差
 - 观测值
 - GPS观测值（GPS基线向量）
 - 地面常规观测值
 - 约束条件
 - 多于最少约束条件数
 - 目的
 - 确定各点在指定坐标参照系下的坐标



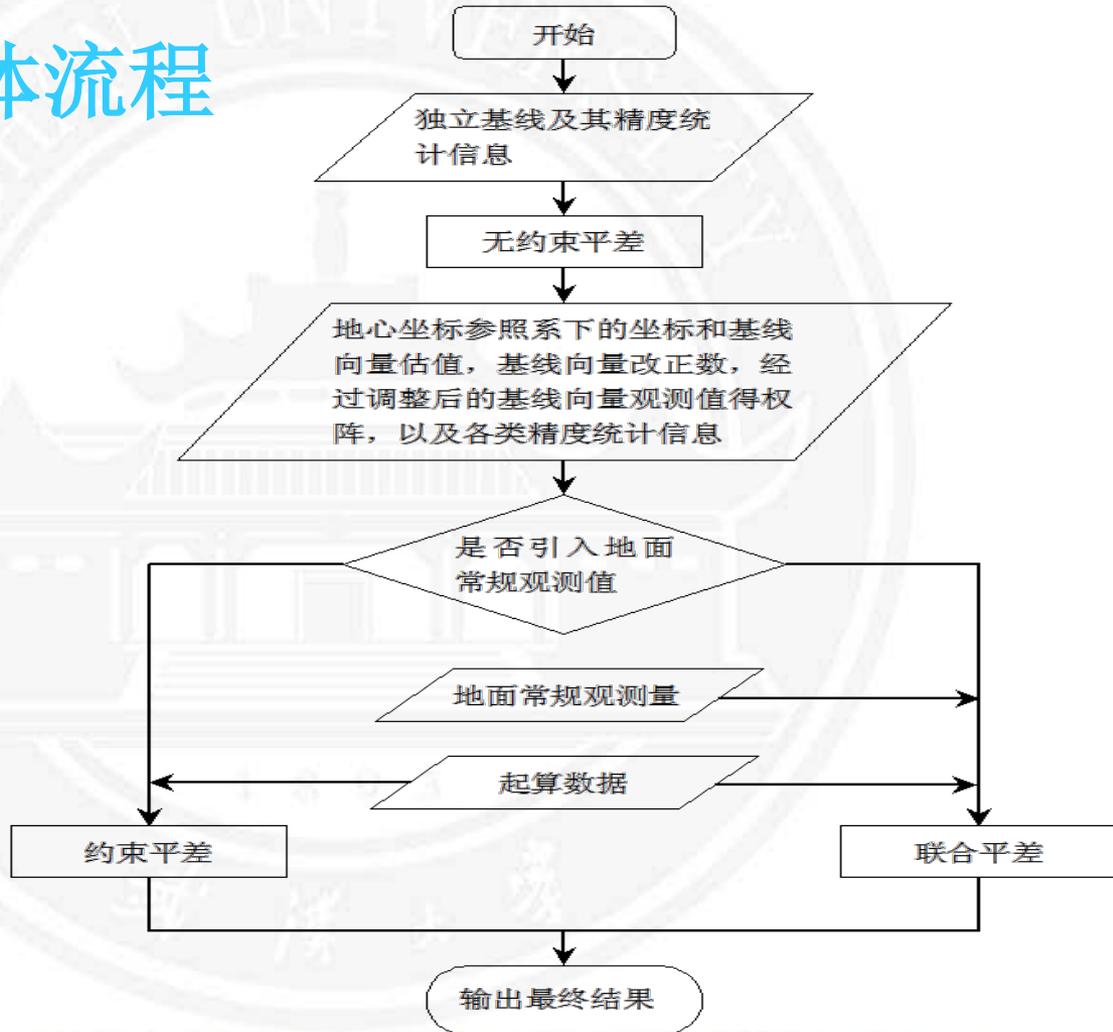
§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

网平差的流程



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

网平差的整体流程





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

网平差的整体流程(续)

- 网平差的步骤
 - 提取基线向量，构建**GPS**基线向量网
 - 三维无约束平差
 - 约束平差/联合平差
 - 质量分析与控制



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

网平差的整体流程(续)

- 提取基线向量的原则
 - 必须选取相互独立的基线
 - 所选取的基线应构成闭合的几何图形
 - 选取质量好的基线向量
 - 选取能构成边数较少的异步环的基线向量
 - 选取边长较短的基线向量



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

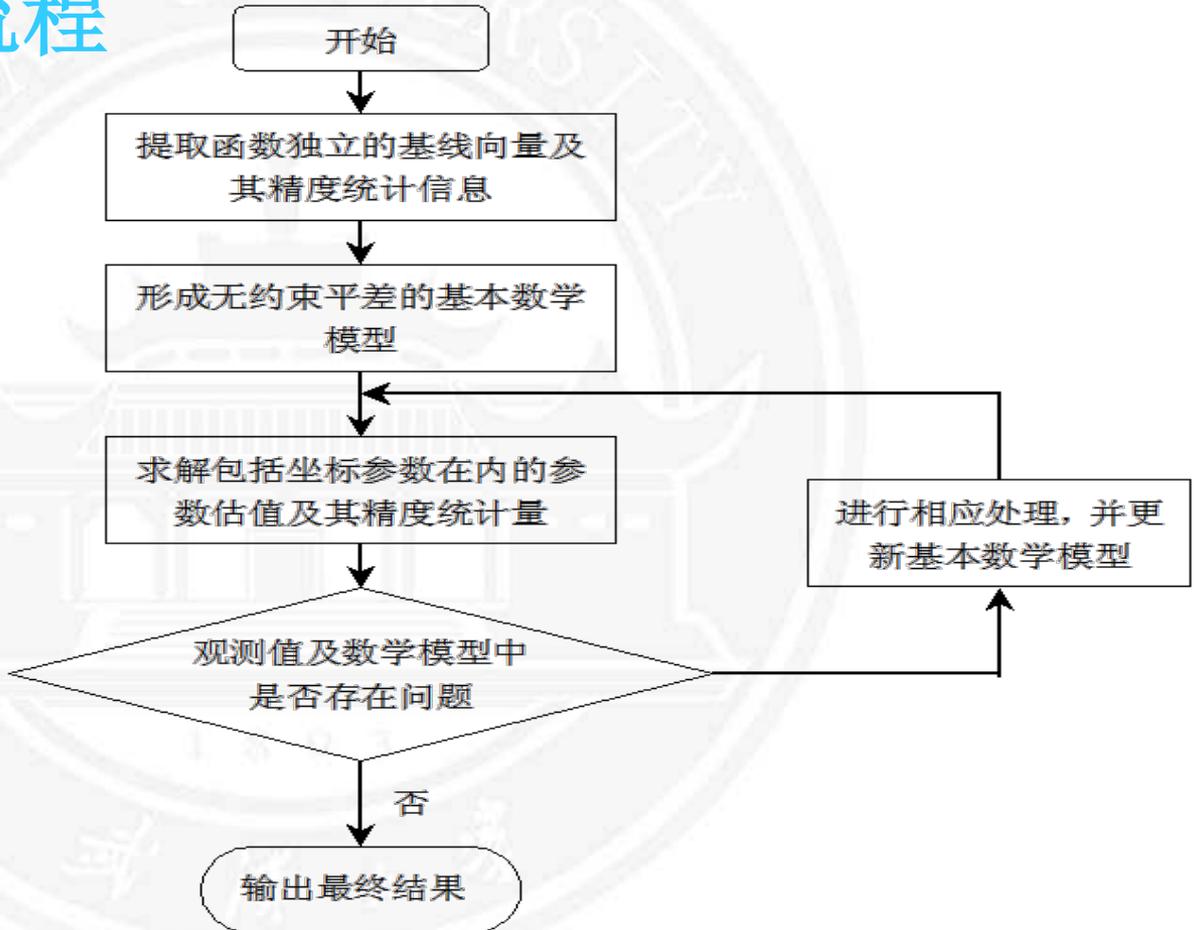
网平差的整体流程(续)

- 质量分析与控制
 - 基线向量的改正数
 - 相邻点距离中误差
 - χ^2 -检验



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

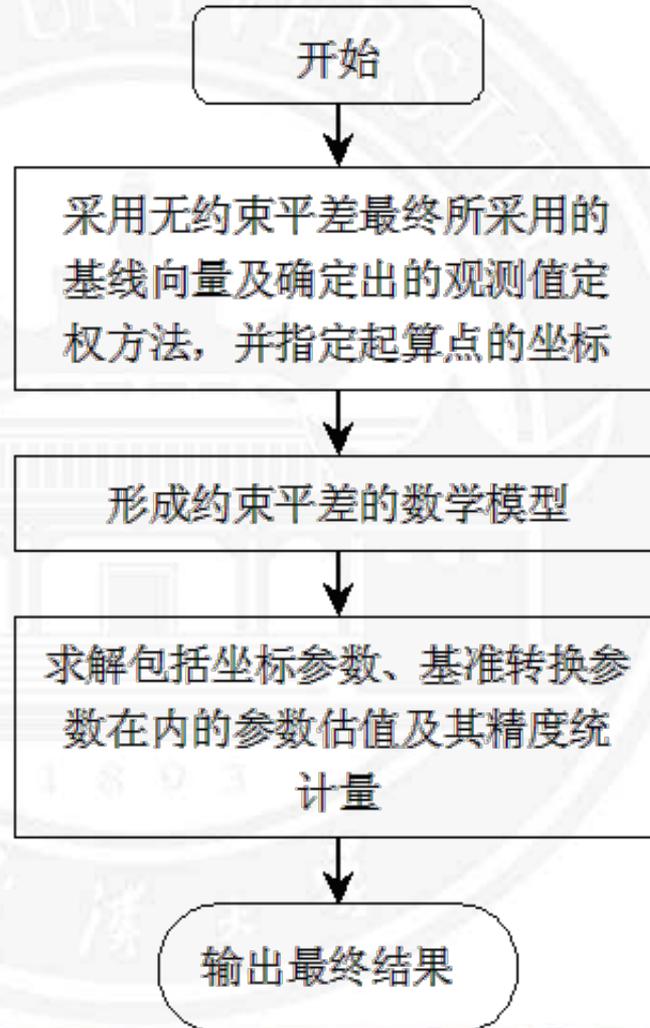
无约束平差的流程





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

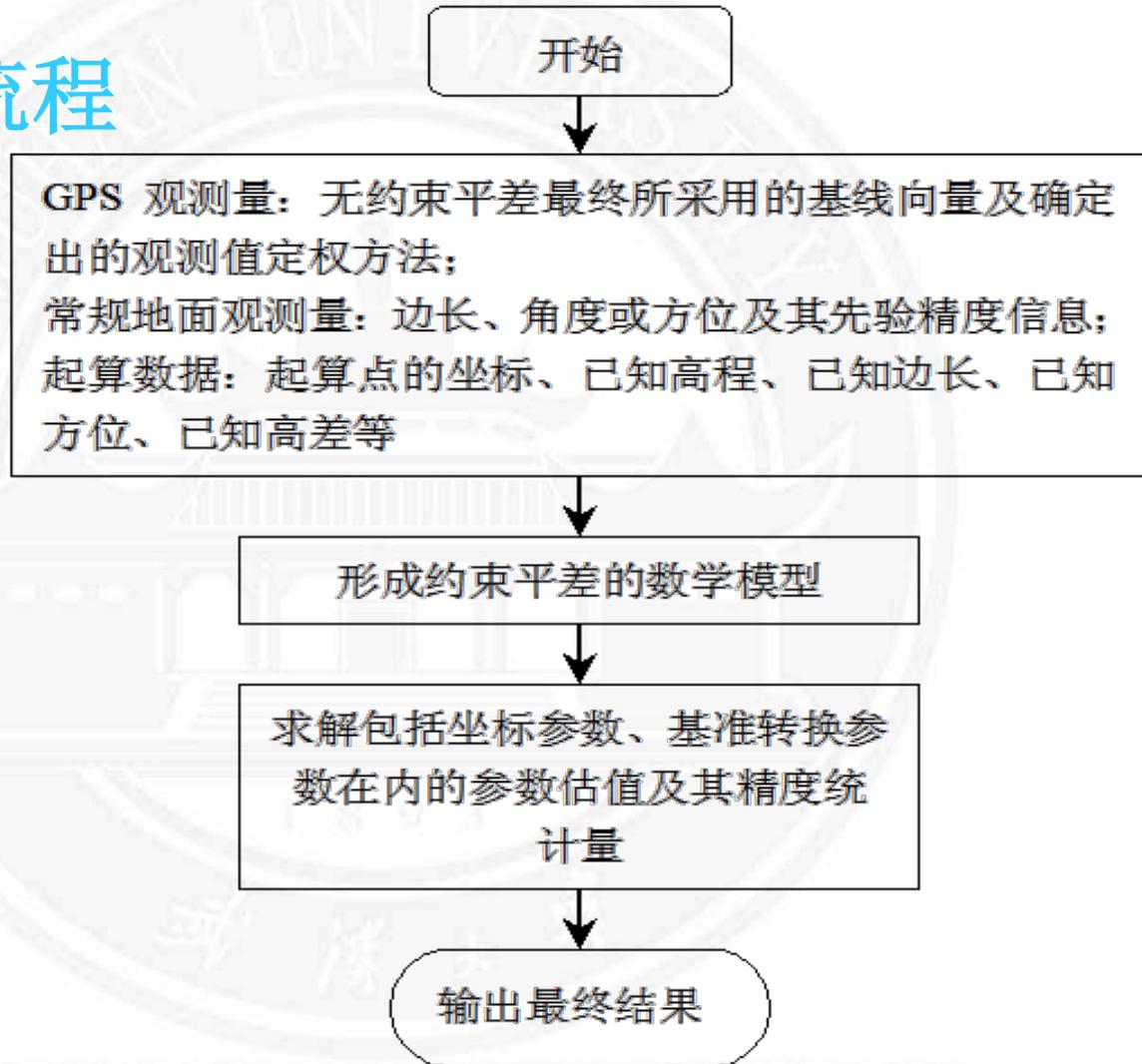
约束平差的流程





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

联合平差的流程





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

坐标转换





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

坐标和坐标系

- 坐标（Coordinate）
 - 定义：用于在一个给定维数的空间中,相对于一个参照系来确定点的位置的一组数。
- 坐标系（Coordinate System）
 - 定义：坐标系是一种在给定维数的空间中用坐标来表示点的方法，是测量（坐标）参照系的核心数学元素。
 - 类型：笛卡尔坐标系、曲线坐标系



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

位置基准

- 基准 (Datum)
 - 定义：一组用于描述其它量的量。
- 位置基准
 - 定义：定位中被用作测量或计算基础的点、线或面，如：
 - 用于定义天体参照系的天球、赤道面、黄道面、春分点，
 - 用于定义大地坐标系的参考椭球及其定位和定向，
 - 用于定义高程参照系的大地水准面



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

坐标参照系

- 坐标参照系

- 定义

- 提供系统原点、尺度、定向及其时间演变的一组协议、算法和常数。（IERS）

- 确定

- 需要确定其原点、轴向及尺度。

- 类型

- 天球参照系：CRS – Celestial Reference System，也被称为空固系（Space-fixed Reference System）
 - 地球参照系：TRS – Terrestrial Reference System，也被称为地固系（Earth-fixed Reference System）



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

参考框架

- 坐标参照系的实现
 - **问题：**坐标参照系的定义虽然明确且严密，但是却非常抽象，而且也不易于使用。
 - 坐标参照系的实现 – **参考框架。**
- 参考框架
 - **定义：**参考框架是一组具有相应参照系下坐标及其时间演变的点。
 - **理论依据：**在一组相容的坐标中，实际上隐含了定义一个坐标参照系所必需的一个原点、一组正交坐标轴的指向和一个尺度。



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

坐标系转换与基准转换①

- 两种类型的坐标转换
 - 坐标系转换与基准转换



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

坐标系转换与基准转换②

- 坐标系转换
 - 同一点的坐标在相同基准或参照系下由一种坐标系下的坐标转换为另一种坐标系下的坐标，如空间直角坐标与大地坐标之间的相互转换。
 - 坐标系转换实际上是不同坐标表达方式间的变换。
- 基准转换
 - 同一点在基于某一基准或参照系的坐标系下的坐标转换为基于另一基准或参照系的坐标系下的坐标，如WGS 84与1954年北京坐标系下大地坐标之间的相互转换，或WGS 84下的笛卡尔坐标与1954北京坐标系下的大地坐标之间的相互转换。



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

常用坐标系

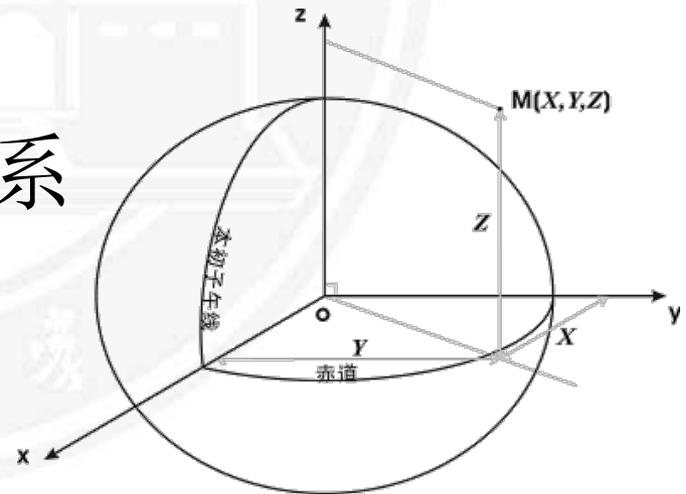




§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

空间直角坐标系/笛卡尔坐标系

- 笛卡尔坐标系
 - 坐标轴相互正交的坐标系。
- 空间直角坐标系
 - 三维笛卡尔坐标系。
- 测量中的空间直角坐标系





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

大地基准与大地/椭球坐标系①

- 大地基准（Geodetic Datum）
 - 用于定义地球参考椭球的一系列参数，包括：
 - 椭球的大小和形状：通常用长半轴（Semi-major Axis）和扁率（Flattening）（或偏心率（Eccentricity））来表示；
 - 椭球短半轴的指向（Orientation of Semi-minor Axis）：通常与地球的平自转轴平行；
 - 椭球中心的位置：根据需要确定，地心椭球的中心位于地球的质心；
 - 本初子午线（Prime Meridian）：通过固定平极和经度原点的天文子午线，通常为格林尼治子午线。



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

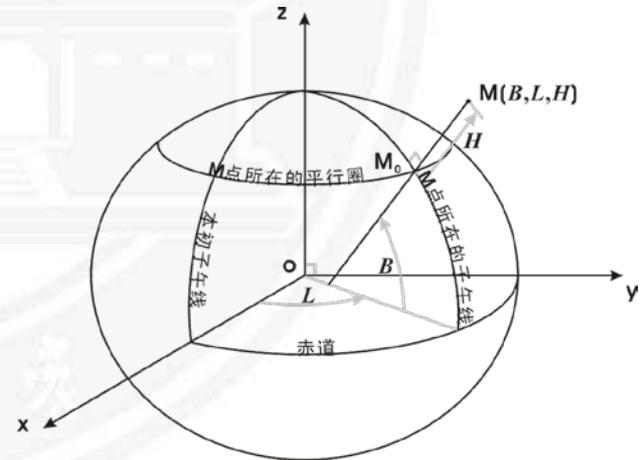
大地基准与大地/椭球坐标系②

- 大地/椭球坐标系

- 定义：以大地基准为基础建立的坐标系被称为大地坐标系，由于大地基准又是以参考椭球为基础，因此，又被称为椭球坐标系。

- 大地坐标

- 大地纬度 (B)
- 大地经度 (L)
- 大地高/椭球高 (H)





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

站心坐标系

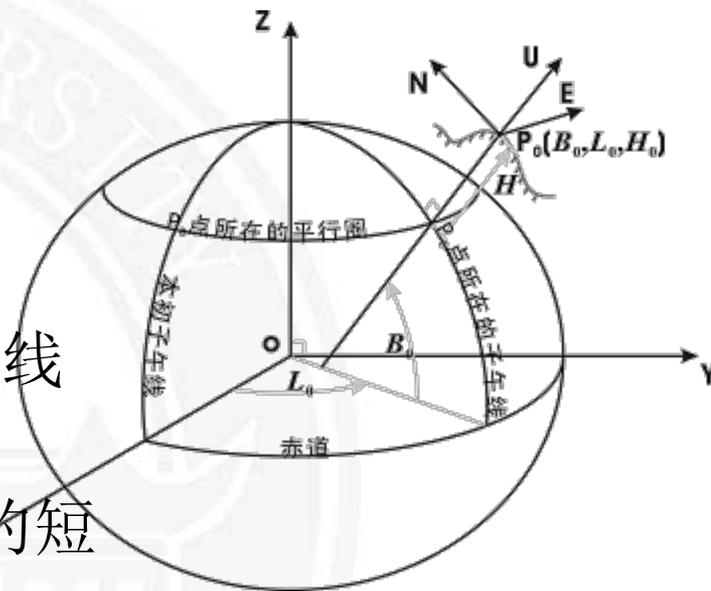
- 站心坐标系
 - Topocentric Coordinate System
- 定义
 - 以测站为原点的坐标系
- 类型
 - 站心直角坐标系
 - 站心极坐标系



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

站心直角坐标系

- 定义
 - 原点位于 P_0 ;
 - U 轴与过 P_0 点的参考椭球面的法线重合，指向上方;
 - N 轴垂直于 U 轴，指向参考椭球的短半轴;
 - E 轴垂直于 U 轴和 N 轴，形成左手系;
 - 在站心直角坐标系下点的 N , E , U 坐标为该点在三个坐标轴上的投影长度。

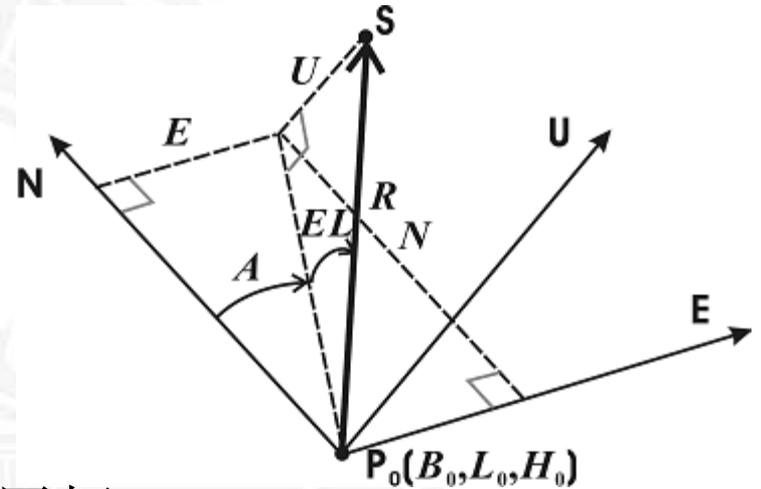




§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

站心极坐标系

- 定义
 - NP_0E 平面为基准面;
 - 极点位于 P_0 ;
 - 极轴为 N 轴;
 - 一点在站心极坐标系下的坐标用极距 (R - 由极点到该点的距离), 方位角 (A - 在基准面上, 以极点为顶点, 由极轴顺时针方向量测到在基准面上投影的角度), 高度角 (EL - 极点与该点连线与基准面间的夹角) 表示。





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

站心坐标系间的转换

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt{N^2 + E^2 + U^2} \\ A = \arctan\left(\frac{E}{N}\right) \\ EL = \arcsin\left(\frac{U}{R}\right) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} N = R \cos EL \cos A \\ E = R \cos EL \sin A \\ U = R \sin EL \end{array} \right.$$

站心直角坐标转极坐标

站心极坐标转直角坐标



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

坐标系转换





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

空间直角坐标与大地坐标间的转换

大地坐标→空间直角坐标

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L \\ Z &= [N(1 - e^2) + H] \sin B \\ &= \left[N \cdot \frac{a^2}{b^2} + H \right] \sin B \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} N &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \\ e^2 &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 2f - f^2 \\ f &= \frac{a - b}{a} \end{aligned}$$

空间直角坐标→大地坐标

$$\begin{aligned} L &= \arctan \left(\frac{Y}{X} \right) \\ B &= \arctan \left(\frac{Z(N + H)}{\sqrt{(X^2 + Y^2)[N(1 - e^2) + H]}} \right) \\ H &= \frac{Z}{\sin B} - N(1 - e^2) \end{aligned}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

空间直角坐标与站心直角坐标间的转换

空间直角坐标→站心直角坐标

站心直角坐标→空间直角坐标

$$\begin{bmatrix} N_{ij} \\ E_{ij} \\ H_{ij} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_i \cdot \left(\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \right)$$

其中：

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} -\sin B_i \cos L_i & -\sin B_i \sin L_i & \cos B_i \\ -\sin L_i & \cos L_i & 0 \\ \cos B_i \cos L_i & \cos B_i \sin L_i & \sin B_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = \mathbf{T}_i^{-1} \cdot \begin{bmatrix} N_{ij} \\ E_{ij} \\ U_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}$$

其中：

$$\mathbf{T}_i^{-1} = \begin{bmatrix} -\sin B_i \cos L_i & -\sin L_i & \cos B_i \cos L_i \\ -\sin B_i \sin L_i & \cos L_i & \cos B_i \sin L_i \\ \cos B_i & 0 & \sin B_i \end{bmatrix}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

球面坐标与平面坐标间的转换

- 横轴墨卡托投影（Transverse Mercator Projection）
- 通用横轴墨卡托投影（Universal Transverse Mercator Projection）
- 横轴墨卡托投影与通用横轴墨卡托投影



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

基准转换





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法①

- 概述

- 布尔沙-沃尔夫（Bursa-Wolf）模型

- 模型共采用了7个参数：

- 3个平移参数
- 3个旋转参数（也被称为3个欧拉角）
- 1个尺度参数

- 又被称为：

- 七参数转换（7-Parameter Transformation）
- 七参数赫尔墨特变换（7-parameter Helmert transformation）

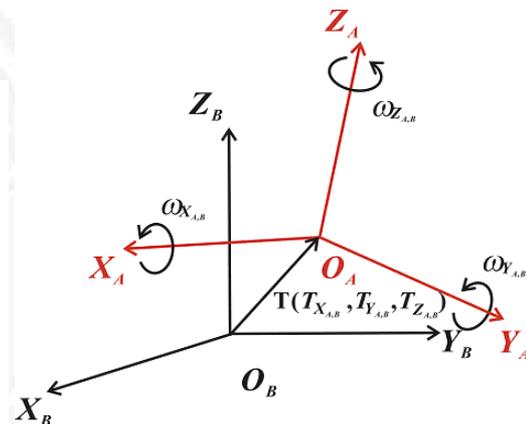


§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法②

• 转换过程

1. 从 X_A 正向看向原点 O_A ，以 O_A 点为固定旋转点，将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 绕 X_A 轴逆时针旋转 $\omega_{X_{A,B}}$ 角，使经过旋转后的 Y_A 轴与 $O_B - X_B Y_B$ 平面平行；
2. 从 Y_A 正向看向原点 O_A ，以 O_A 点为固定旋转点，将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 绕 Y_A 轴逆时针旋转 $\omega_{Y_{A,B}}$ 角，使经过旋转后的 X_A 轴与 $O_B - X_B Y_B$ 平面平行，显然，此时 Z_A 轴也与 Z_B 平行；
3. 从 Z_A 正向看向原点 O_A ，以 O_A 点为固定旋转点，将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 绕 Z_A 轴逆时针旋转 ω_z 角，使经过旋转后的 X_A 轴与 X_B 平行，显然，此时 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 的三个坐标轴已与 $O_B - X_B Y_B Z_B$ 中相应的坐标轴平行；
4. 将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 中的长度单位缩放 $1+m$ 倍，使其长度单位与 $O_B - X_B Y_B Z_B$ 的一致；
5. 将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 的原点分别沿 X_A 、 Y_A 和 Z_A 轴移动 $-T_{X_{A,B}}$ 、 $-T_{Y_{A,B}}$ 和 $-T_{Z_{A,B}}$ ，使其 $O_B - X_B Y_B Z_B$ 的原点重合。





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法③

- 转换模型

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + (1+m)R(\omega_Z) \cdot R(\omega_Y) \cdot R(\omega_X) \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + (1+m)R(\omega) \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法④

- 转换模型

如果 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 都是小角度, 则 $\sin \omega \approx \omega, \cos \omega \approx 1$, 则有:

$$R(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix}$$

转换公式也可表示为

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + (1+m) \begin{bmatrix} 1 & \omega_{z_{A,B}} & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}$$

或

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_A & Y_A & X_A \\ 0 & 1 & 0 & Z_A & 0 & -X_A & Y_A \\ 0 & 0 & 1 & -Y_A & X_A & 0 & Z_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ m \end{bmatrix}。$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法⑤

- 转换模型

转换公式还可以进一步表示为

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \\ m \end{bmatrix}; \text{ 其中 } K = \begin{bmatrix} 0 & -Z_A & Y_A & X_A \\ Z_A & 0 & -X_A & Y_A \\ -Y_A & X_A & 0 & Z_A \end{bmatrix} \circ$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法⑥

- 转换参数的确定

 - 原理

 - 通过公共点 — 具有两个不同坐标系坐标的点
 - 至少需要3个公共点
 - 将公共点的坐标差作为伪观测值，确定转换参数

 - 数学模型

进一步对转换公式进行整理，可得

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + \mathbf{K}' \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \\ m \end{bmatrix}; \text{ 其中 } \mathbf{K}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_A & Y_A & X_A \\ 0 & 1 & 0 & Z_A & 0 & -X_A & Y_A \\ 0 & 0 & 1 & -Y_A & X_A & 0 & Z_A \end{bmatrix}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

布尔沙模型 — 七参数法⑦

- 转换参数的确定（续）
 - 数学模型（续）

设

$$\mathbf{L}_i + \mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_i ; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \\ m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{K}'_i \mathbf{x} - \mathbf{L}_i$$

其中*i*表示公共点的序号，则当有3个以上的公共点时，就可采用最小二乘方法求解转换参数

$$\mathbf{x} = (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{L}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

莫洛金斯基模型①

- 概述
 - 莫洛金斯基（Molodensky）模型
 - 模型共采用了7个参数（不过定义与布尔沙模型有所不同）：
 - 3个平移参数
 - 3个旋转参数（也被称为3个欧拉角）
 - 1个尺度参数

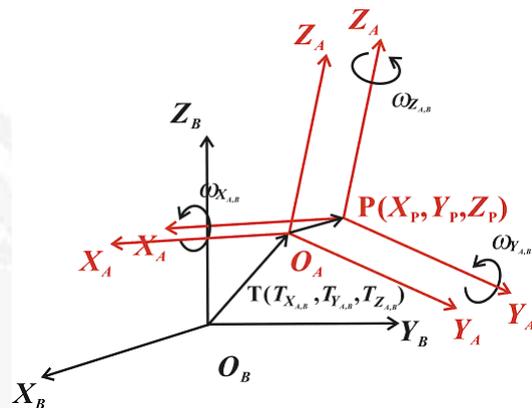


§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

莫洛金斯基模型②

● 转换过程

1. 将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 的原点平移到某点 P (关于该点的选择, 将在本节后面介绍), 形成一个过渡坐标系 $P - X' Y' Z'$;
2. 将 $O_P - X' Y' Z'$ 依次分别绕 X 、 Y 和 Z 轴旋转 ω_X 、 ω_Y 和 ω_Z 三个角度后使其坐标轴与 $O_B - X_B Y_B Z_B$ 中相应的坐标轴平行, 旋转方式和次序与布尔沙模-沃尔夫型相似;
3. 再将 $P - X' Y' Z'$ 中的长度单位缩放 $1+m$ 倍, 使其长度单位与 $O_B - X_B Y_B Z_B$ 的一致;
4. 最后, 将 $O_A - X_A Y_A Z_A$ 的原点分别沿 X 、 Y 和 Z 轴移动 $-T_X$ 、 $-T_Y$ 和 $-T_Z$, 使其 $O_B - X_B Y_B Z_B$ 的原点重合。





§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

莫洛金斯基模型③

- 转换模型

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} + (1+m) \cdot \mathbf{R}_3(\omega_Z) \mathbf{R}_2(\omega_Y) \mathbf{R}_1(\omega_X) \cdot \begin{bmatrix} X_A - X_P \\ Y_A - Y_P \\ Z_A - Z_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

莫洛金斯基模型④

- 转换模型

如果 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 都是小角度, 则 $\sin \omega \approx \omega, \cos \omega \approx 1$, 则有:

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} + (1+m) \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_A - X_P \\ Y_A - Y_P \\ Z_A - Z_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}$$

或

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -(Z_A - Z_P) & Y_A - Y_P & X_A - X_P \\ 0 & 1 & 0 & Z_A - Z_P & 0 & -(X_A - X_P) & Y_A - Y_P \\ 0 & 0 & 1 & -(Y_A - Y_P) & X_A - X_P & 0 & Z_A - Z_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ m \end{bmatrix}$$



§ 4.3 GPS网平差与坐标转换

几点说明

- 等价性
 - 两种模型的转换结果是等价的，但在实际应用过程中，还是有所差异。
- 适用性
 - 布尔沙模型在进行全球或较大范围的基准转换时较为常用，但其旋转参数与平移参数具有较高的相关性；而莫洛金斯基模型则可以克服这一问题。
- 莫洛金斯基模型中旋转中心的选定：
 - 当网的规模不大时，可以选取网中任意一个点，
 - 当网的规模较大时，则可选取网的重心



§ 4.4 GPS高程问题

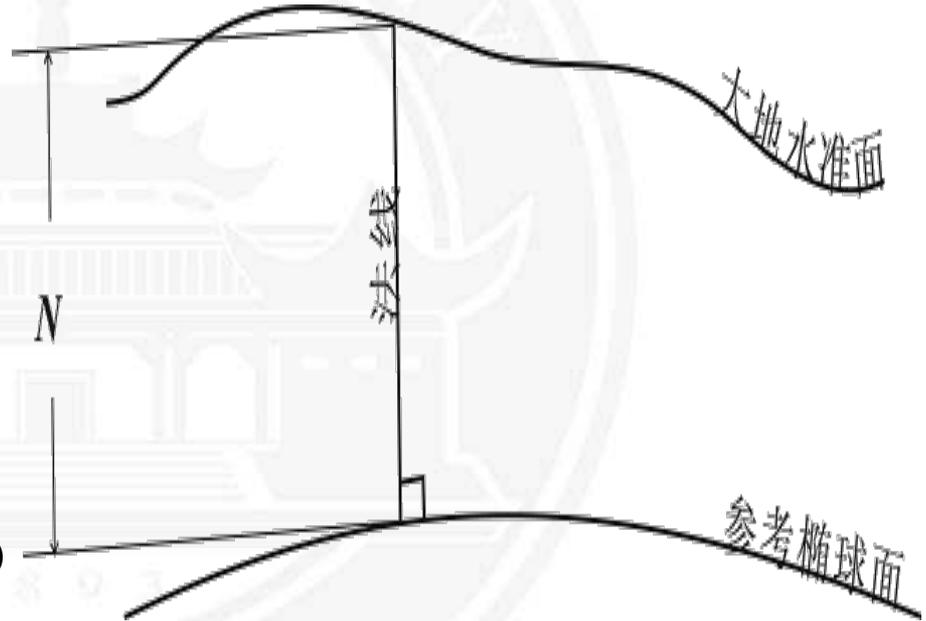
高程系统及其相互关系



§ 4.4 GPS高程问题

大地水准面和正高

- 大地水准面 (Geoid)
 - Stocks
 - 大地水准面: W_0
 - 及两相邻重力等位面间的关系: $dW = gdh$
 - 大地水准面差距 (Geoid Height) 或 大地水准面起伏 (Geoid Undulation)
 - 定义: 沿参考椭球的法线, 从参考椭球面量至水准面的距离, 这里用符号 N 表示。



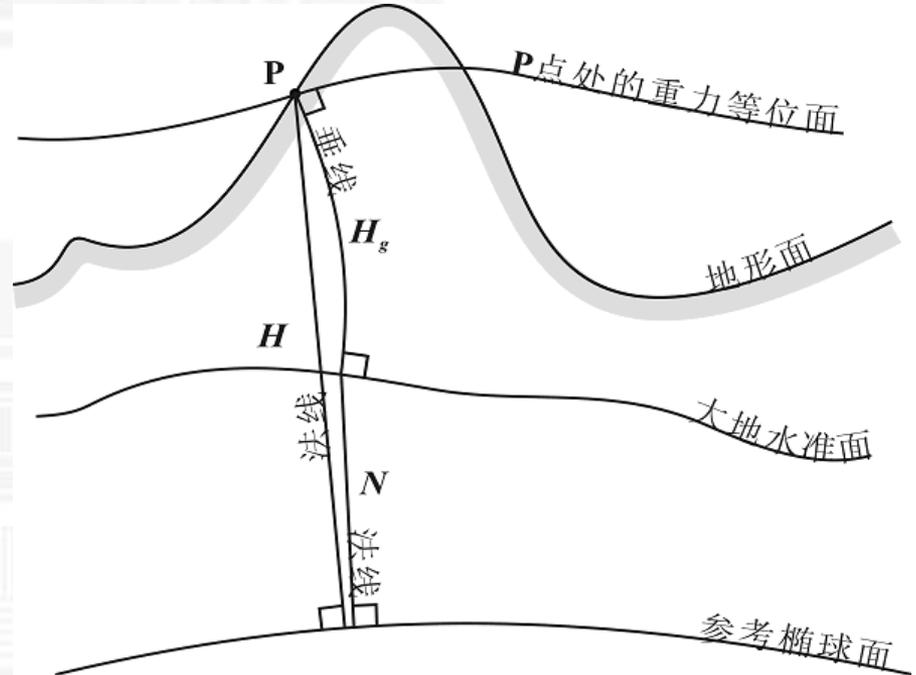
大地水准面与参考椭球面



§ 4.4 GPS高程问题

大地水准面和正高

- 正高（Orthometric Height/Geoidal Height）
 - 几何形式的正高定义：
某点的正高是从该点出发，沿该点与基准面间各个重力等位面的垂线所量测出的距离





§ 4.4 GPS高程问题

大地水准面和正高

- 正高（Orthometric Height/Geoidal Height）
 - 物理形式的正高定义：

$$H_g = -\frac{1}{g_m} \int_{\text{Geoid}}^P g(h) dh$$

式中， g_m 为沿垂线方向上的平均重力值。

- 问题：平均重力值通常无法得到



§ 4.4 GPS高程问题

似大地水准面和正常高

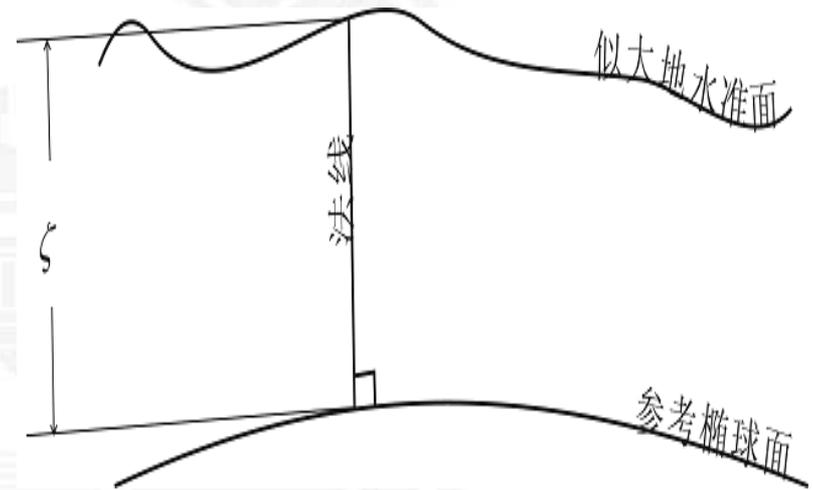
- 似大地水准面 (Quasi-Geoid)

- Molodensky

- 定义：沿正常重力线由各地面点向下量取正常高后所得到点构成的曲面。非等位面，无确切物理意义，但与大地水准面较为接近，且在辽阔海洋上与大地水准面一致。

- 高程异常 (Height Anomaly)

- 定义：沿正常重力线方向，由似大地水准面上的点量测到参考椭球面的距离被称为高程异常，用符号 ζ (zeita) 表示。



似大地水准面和参考椭球面



§ 4.4 GPS高程问题

似大地水准面和正常高

- 正常高（Normal Height）
 - 物理形式的正常高定义：

$$H_{\gamma} = -\frac{1}{\gamma_m} \int_{\text{Geoid}}^P g(h) dh$$

式中， γ_m 为平均正常重力值。



§ 4.4 GPS高程问题

似大地水准面和正常高

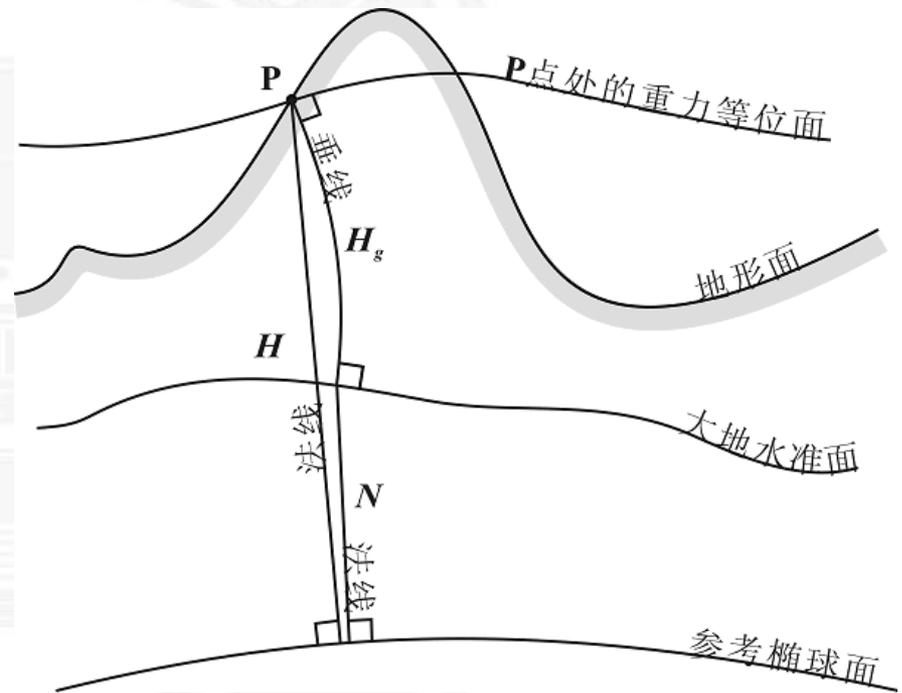
- 高程异常与大地水准面差距的关系

$$N = \zeta + \frac{g_m - \gamma_m}{\gamma_m} H_g$$

- 正高与正常高的关系

$$N + H_g = \zeta + H_\gamma$$

$$H_\gamma = H_g + \frac{g_m - \gamma_m}{\gamma_m} H_g$$

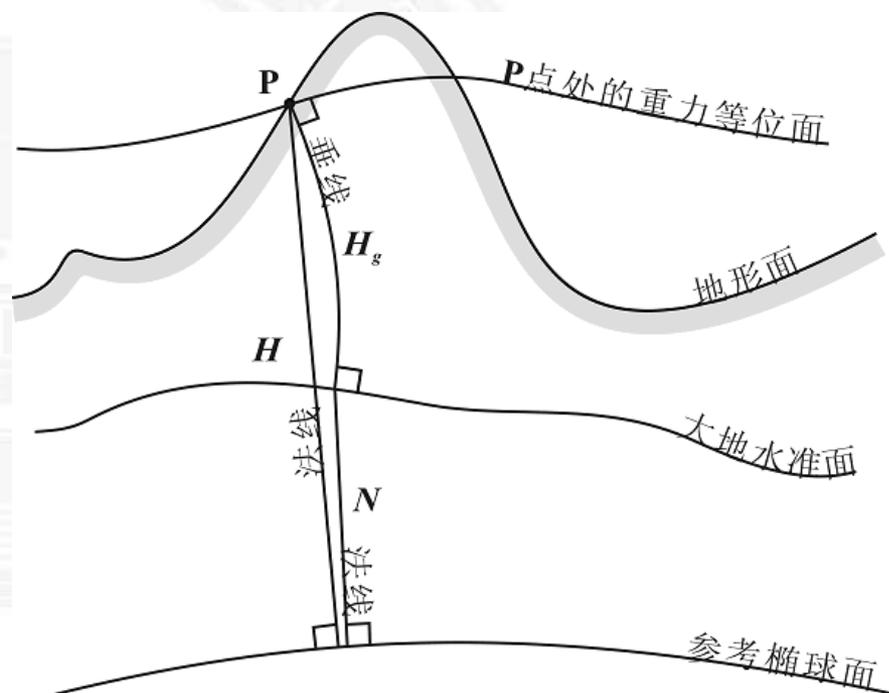




§ 4.4 GPS高程问题

参考椭球面 and 大地高

- 大地高 (Geodetic Height)
 - 定义: 某点的大地高 (Geodetic Height) 是该点到通过该点的参考椭球的法线与参考椭球面的交点间的距离。大地高也称为椭球高 (Ellipsoidal Height), 用符号 H 表示。
 - 特点: 大地高为纯几何量, 不具物理意义





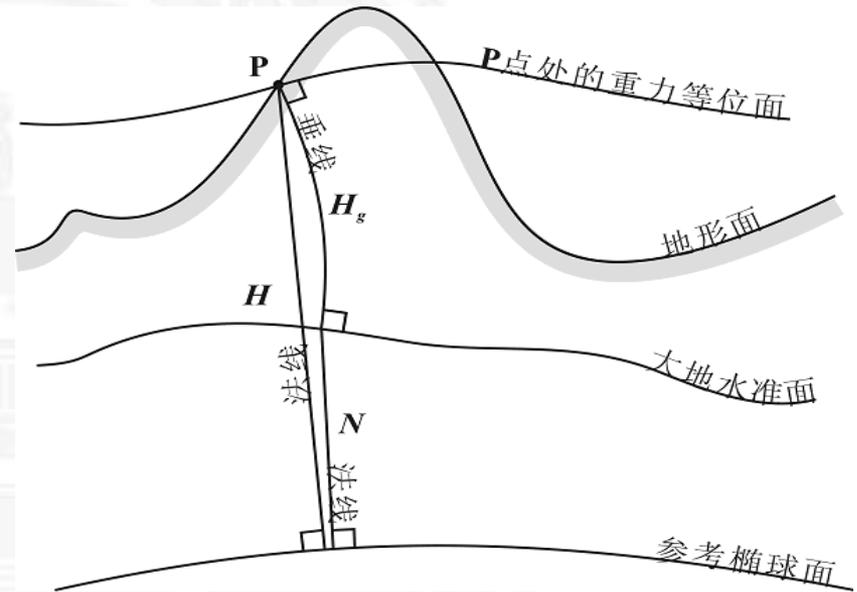
§ 4.4 GPS高程问题

不同高程系统间的关系

$$H = H_g + N \quad \text{或} \quad H_g = H - N$$

$$H = H_\gamma + \zeta \quad \text{或} \quad H_\gamma = H - \zeta$$

$$H_\gamma = H_g + \frac{g_m - \gamma_m}{\gamma_m} H_g \quad \text{或} \quad H_g = H_\gamma - \frac{\gamma_m - g_m}{\gamma_m} H_\gamma$$





§ 4.4 GPS高程问题

GPS水准



§ 4.4 GPS高程问题

概述

- GPS水准包括两方面的内容
 - 采用GPS方法确定大地高
 - 采用其他技术方法确定大地水准面差距或高程异常



§ 4.4 GPS高程问题

大地水准面差距的确定

- 天文大地法
- 大地水准面模型法
- 重力测量法
- 几何内插法
- 残差模型法



§ 4.4 GPS高程问题

GPS水准精度

- GPS水准精度
 - 与GPS测量的精度有关
 - 与大地水准面差距的精度有关
- 保证和提高GPS水准精度的方法
 - 使用双频接收机
 - 使用相同类型的带有抑径板或抑径圈的大地型接收机天线
 - 对每个点在不同卫星星座和大气条件下进行多次设站观测
 - 在进行基线解算时使用精密星历
 - 基线解算时，对天顶对流层延迟进行估计