

2 卫星定位的基本原理与方法

2.1 GPS定位的观测量

2.2 GPS绝对定位与相对定位

2.3 整周模糊度与周跳问题

2.4 差分GPS定位技术

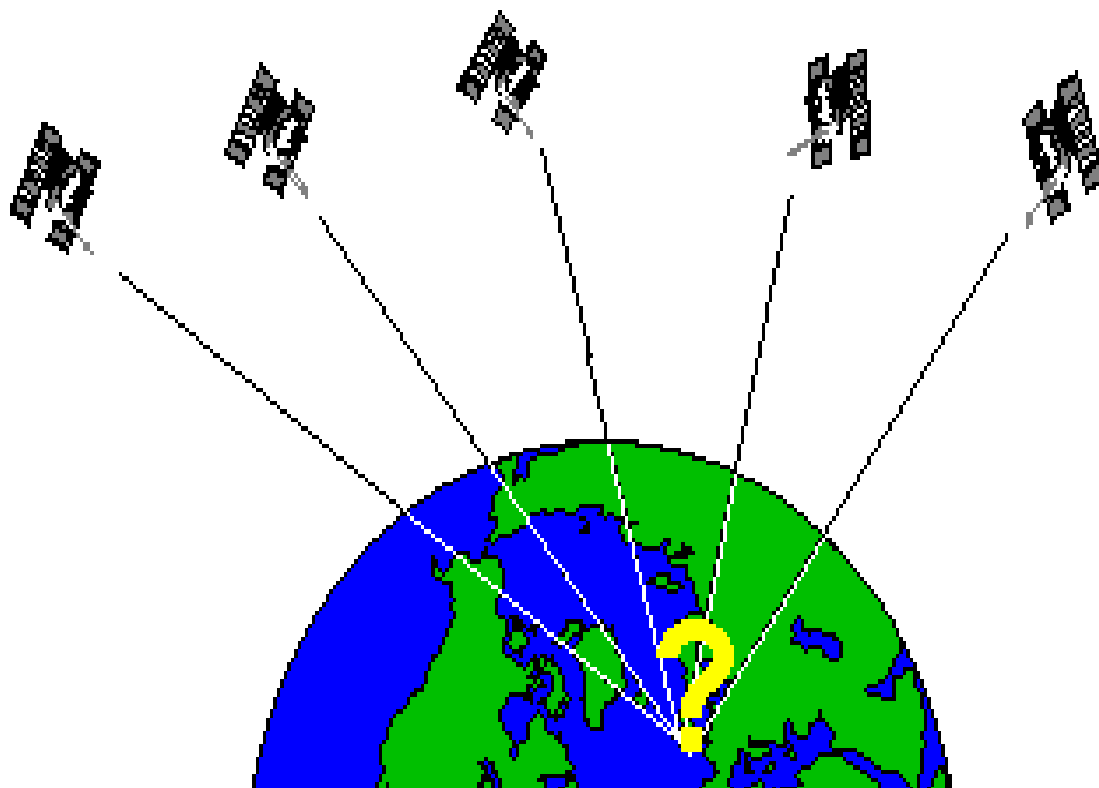
2.1 GPS定位的观测量

GPS定位观测量主要有三种：

- 伪距观测量
- 载波相位观测量
- 观测量线性组合后形成的虚拟观测量

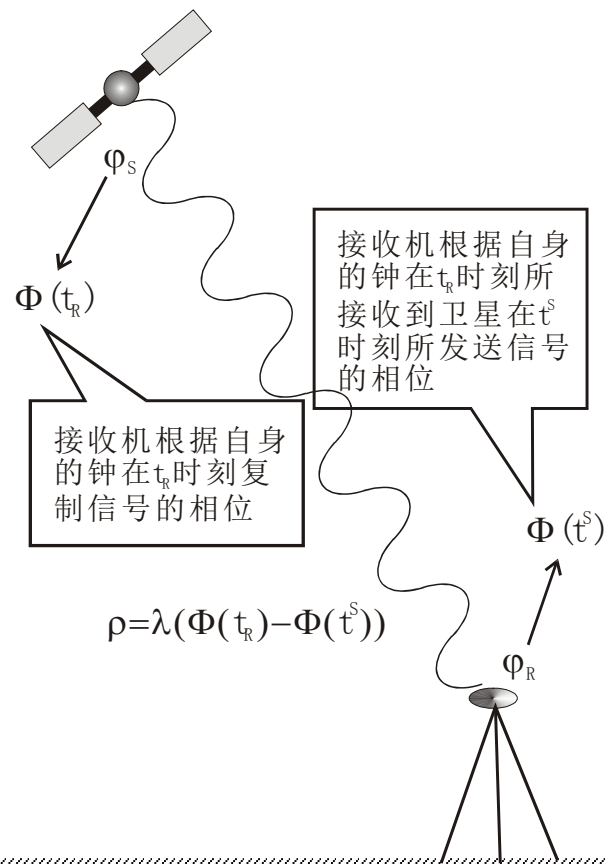
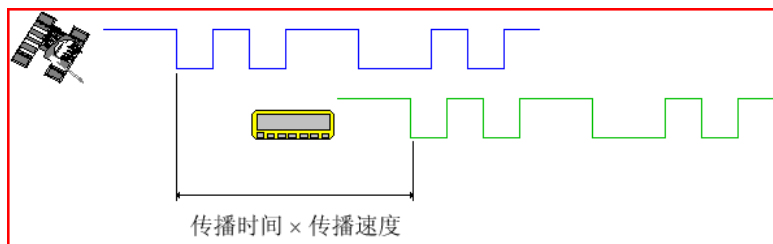
GPS定位的观测量——伪距观测值

距离交会与GPS定位



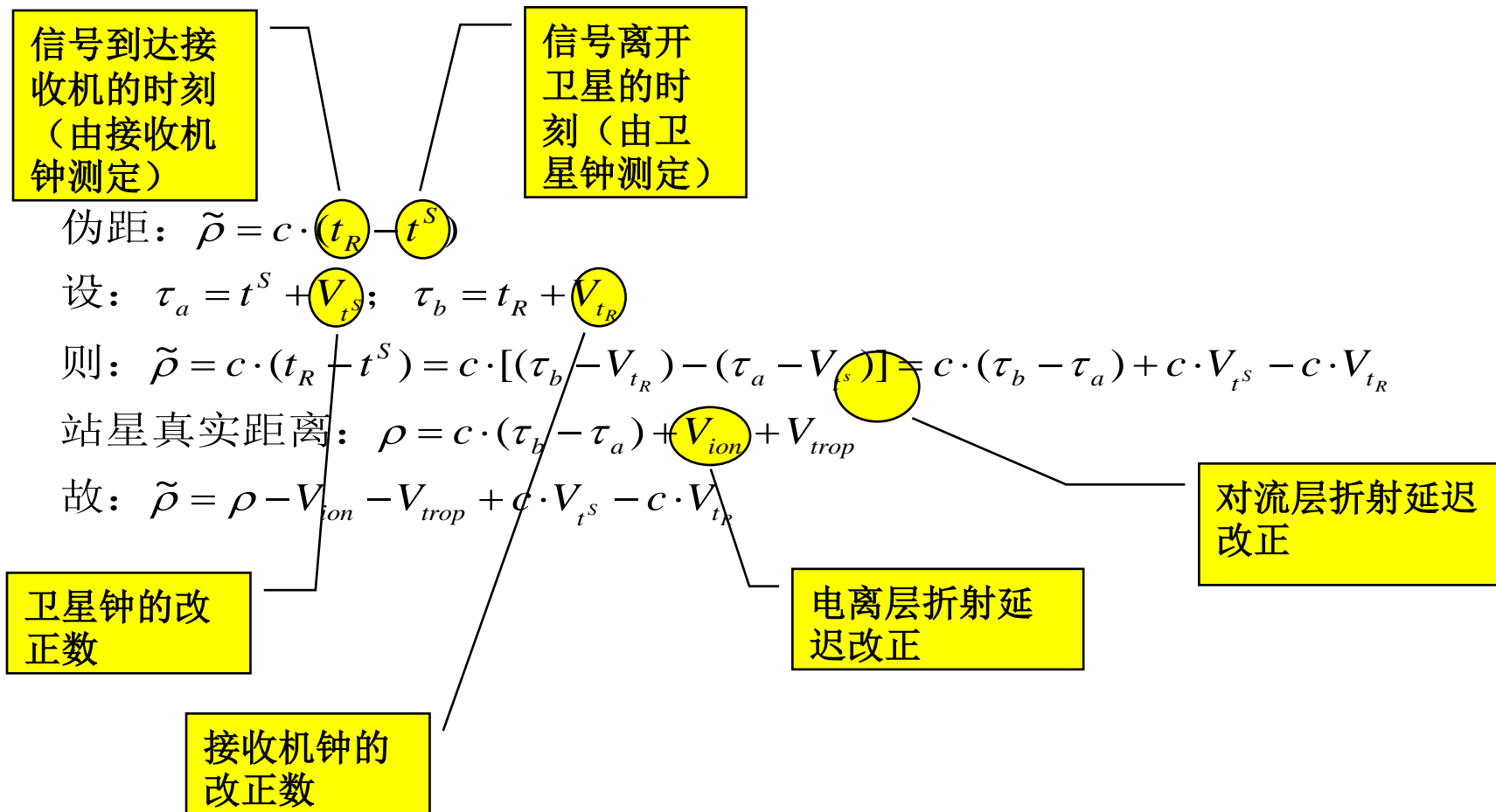
GPS定位的观测量——伪距观测量

GPS测量的基本观测方程



GPS定位的观测量——伪距观测值

测距码测距的观测方程



GPS定位的观测量——伪距观测量

伪距测量的误差方程

令真实的站星距离： $\rho_i = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2}$ ， i 为卫星

则站星距离的观测值： $\tilde{\rho}_i = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2} - V_{ion} - V_{trop} + c \cdot V_{t^s} - c \cdot V_{t^R}$

将 ρ_i 用泰勒级数展开，保留一阶项，有

$$\rho_i = (\rho_0)_i - \frac{x_i - X_0}{(\rho_0)_i} dX - \frac{y_i - Y_0}{(\rho_0)_i} dY - \frac{z_i - Z_0}{(\rho_0)_i} dZ$$

其中：

$$(\rho_0)_i = \sqrt{(x_i - X_0)^2 + (y_i - Y_0)^2 + (z_i - Z_0)^2};$$

$$X = X_0 + dX; \quad Y = Y_0 + dY; \quad Z = Z_0 + dZ$$

令：

$$l_i = \frac{x_i - X_0}{(\rho_0)_i}; \quad m_i = \frac{y_i - Y_0}{(\rho_0)_i}; \quad n_i = \frac{z_i - Z_0}{(\rho_0)_i}$$

$$L_i = (\rho_0)_i - \rho_i + c \cdot V_{t^s} - (V_{ion})_i - (V_{trop})_i$$

则误差方程为： $V_i = -l_i dX - m_i dY - n_i dZ - c \cdot V_{t^R} + L_i$

GPS定位的观测量——伪距观测量

伪距测量的特点

☆ 优点

无模糊度

☆ 缺点

精度低

GPS定位的观测量——载波相位观测量

载波相位观测量

■ 观测量

首次观测:

$$\varphi_0 = Fr(\varphi)_0$$

以后的观测:

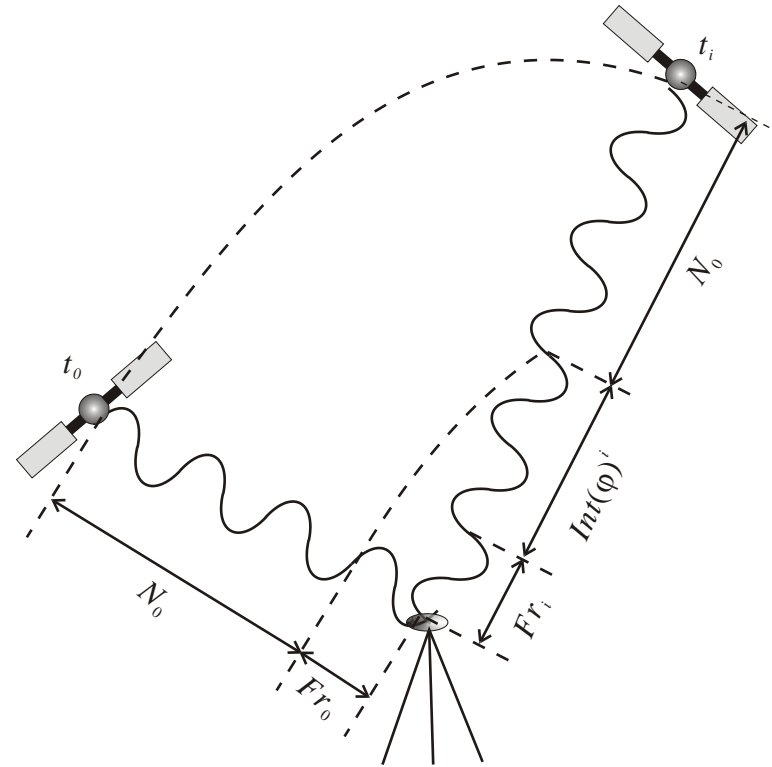
$$\varphi_i = Int(\varphi)_i + Fr(\varphi)_i$$

通常表示为:

$$\tilde{\varphi} = N_0 + Int(\varphi) + Fr(\varphi)$$

■ 整周计数 $Int(\varphi)$

■ 整周未知数（整周模糊度） N_0



载波相位观测量

GPS定位的观测量——载波相位观测量

载波相位测量的特点

☆ 优点

精度高，测距精度可达0.1mm量级

☆ 难点

整周未知数问题

整周跳变问题

GPS定位的观测量——观测值线性组合

线性组合的方式

□ 方式一

- 方法：同一类型同一频率观测值两两相减后组成单差、双差和三差观测值（差分观测值）
- 目的：消除卫星钟差、接收机钟差及整周模糊度等未知参数

□ 方式二

- 方法：同一类型不同频率观测值间的线性组合
- 目的：消除电离层延迟；便于确定整周模糊度

□ 方式三

- 方法：不同类型观测值间的线性组合
- 目的：与方式二类似

① 同类型同频率观测值的线性组合
(差分观测值)

GPS定位的观测量——观测值线性组合

概述

□ 差分观测值的定义

- 将相同频率的GPS载波相位观测值依据某种方式求差所获得的新的组合观测值（虚拟观测值）

□ 差分观测值的特点

- 可以消去某些不重要的参数，或将某些对确定待定参数有较大负面影响的因素消去或消弱其影响

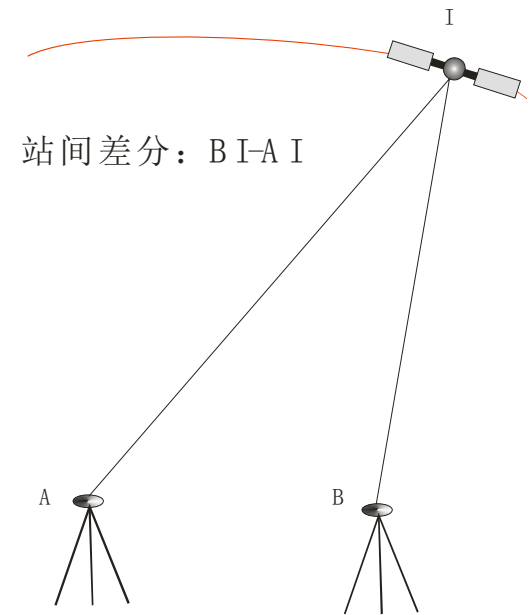
□ 求差方式

- 站间求差
- 卫星间求差
- 历元间求差

GPS定位的观测量——观测值线性组合

站间求差（站间差分）

- 求差方式
 - 同步观测值在接收机间求差
- 数学形式
$$\varphi_{A,B}^I(t) = \varphi_B^I(t) - \varphi_A^I(t)$$
- 特点
 - 消除了卫星钟差影响
 - 削弱了电离层折射影响
 - 削弱了对流层折射影响
 - 削弱了卫星轨道误差的影响



GPS定位的观测量——观测值线性组合

星间求差（星间差分）

□ 求差方式

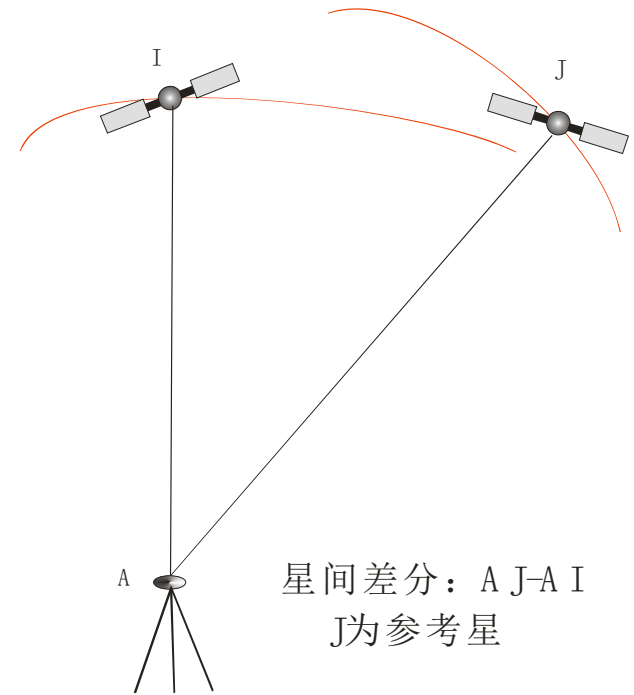
- 同步观测值在卫星间求差

□ 数学形式

$$\varphi_A^{I,J}(t) = \varphi_A^J(t) - \varphi_A^I(t)$$

□ 特点

- 消除了接收机钟差的影响



GPS定位的观测量——观测值线性组合

历元间求差（历元间差分）

□ 差分方式

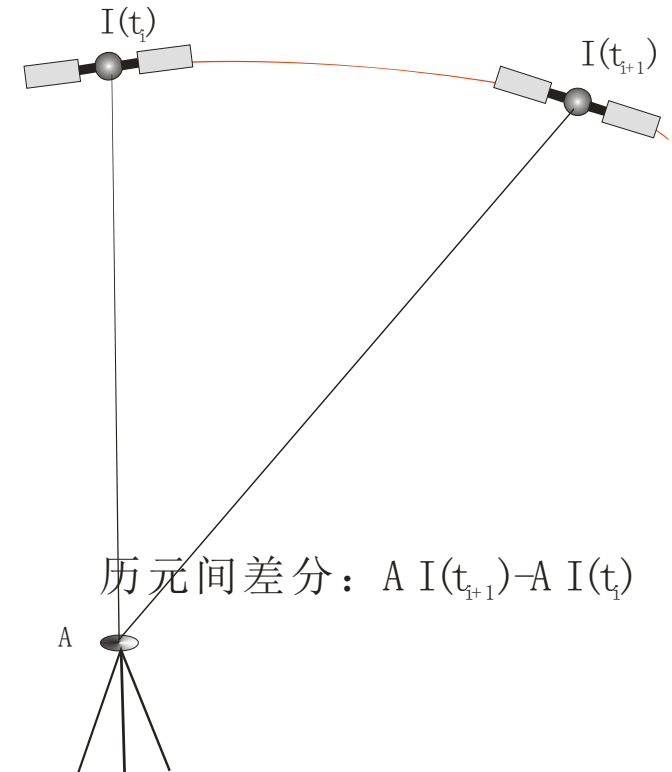
- 观测值在历元间求差

□ 数学形式

$$\varphi_A^I(t_i, t_{i+1}) = \varphi_A^I(t_{i+1}) - \varphi_A^I(t_i)$$

□ 特点

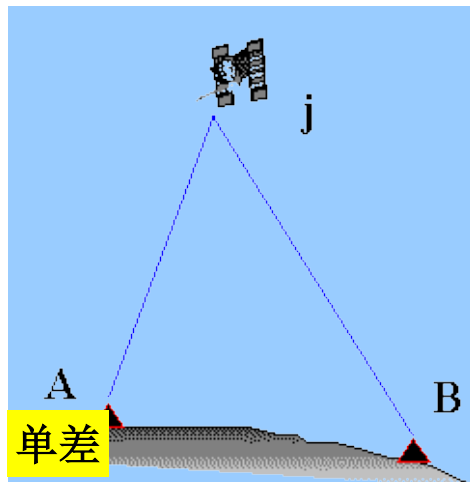
- 消去了整周未知数参数



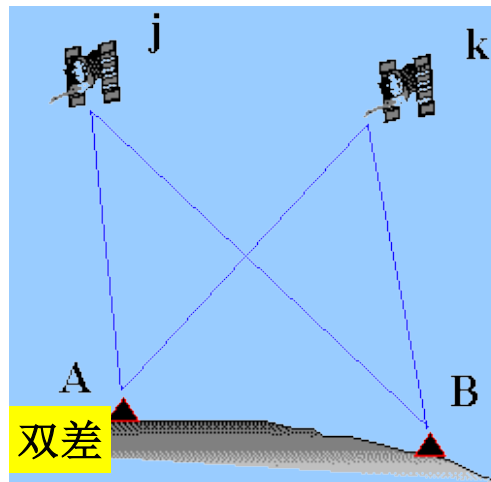
GPS定位的观测量——观测值线性组合

单差、双差和三差

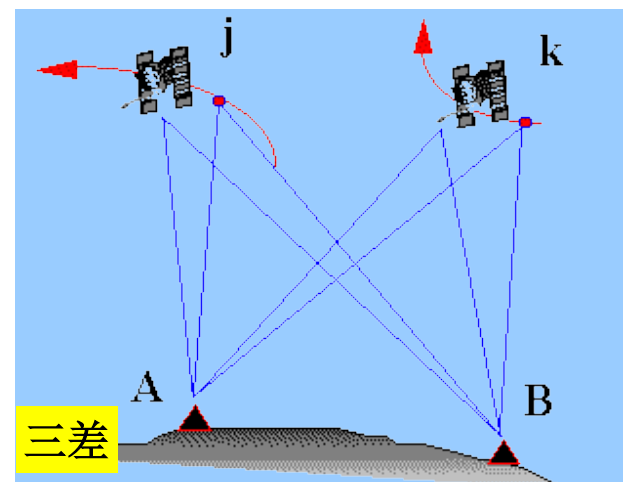
- 单差：站间一次差分
- 双差：站间、星间各求一次差（共两次差）
- 三差：站间、星间和历元间各求一次差（三次差）



$$\varphi_{A,B}^j(t) = \varphi_B^j(t) - \varphi_A^j(t)$$



$$\varphi_{A,B}^{j,k}(t) = \varphi_{A,B}^k(t) - \varphi_{A,B}^j(t)$$



$$\varphi_{A,B}^{j,k}(t_i, t_{i+1}) = \varphi_{A,B}^{j,k}(t_{i+1}) - \varphi_{A,B}^{j,k}(t_i)$$

GPS定位的观测量——观测值线性组合

采用差分观测值的缺陷（求差法的缺陷）

- 数据利用率低
 - 只有同步数据才能进行差分
- 引入基线矢量替代了位置矢量
- 差分观测值间具有了相关性，使处理问题复杂化
 - 参数估计时，观测值的权阵可能为非对角阵
- 某些参数无法求出
 - 某些信息在差分观测值中被消除

GPS定位的观测量——观测值线性组合

②同类型不同频率观测值的线性组合

GPS定位的观测量——观测值线性组合

概述

- 组合观测值的一般形式

$$\varphi_{n,m} = n \cdot \varphi_{L1} + m \cdot \varphi_{L2}$$

其中

$\varphi_{L1}, \varphi_{L2}, \varphi_{n,m}$ 的单位为周 (cycle) ;

n, m 为任意实数。

- 特点

- 组合观测值是虚拟观测值
- 组合观测值具有某些不同于原始观测值特性

GPS定位的观测量——观测值线性组合

组合观测值的一般表达式

$$\begin{aligned}\varphi_{n,m} &= n \cdot \varphi_{L1} + m \cdot \varphi_{L2} = n \cdot (\Delta t \cdot f_{L1}) + m \cdot (\Delta t \cdot f_{L2}) \\ &= \Delta t \cdot (n \cdot f_{L1} + m \cdot f_{L2}) \quad \dots\dots\dots(\text{第1式})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi_{n,m} &= n \cdot \left[\frac{1}{\lambda_{L1}} \cdot (\rho + c \cdot \delta t_R - c \cdot \delta t^S) + (\delta\varphi_{ion})_{L1} + \frac{1}{\lambda_{L1}} \delta\rho_{trop} \right] \\ &\quad + m \cdot \left[\frac{1}{\lambda_{L2}} \cdot (\rho + c \cdot \delta t_R - c \cdot \delta t^S) + (\delta\varphi_{ion})_{L2} + \frac{1}{\lambda_{L2}} \delta\rho_{trop} \right] \\ &= \left[\left(\frac{n}{\lambda_{L1}} + \frac{m}{\lambda_{L2}} \right) \cdot (\rho + c \cdot \delta t_R - c \cdot \delta t^S) \right] \\ &\quad + \left[n \cdot (\delta\varphi_{ion})_{L1} + m \cdot (\delta\varphi_{ion})_{L2} \right] \\ &\quad + \left[\left(\frac{n}{\lambda_{L1}} + \frac{m}{\lambda_{L2}} \right) \cdot \delta\rho_{trop} \right] \\ &\quad - \left[n \cdot N_{L1} + m \cdot N_{L2} \right] \quad \dots\dots\dots(\text{第2式})\end{aligned}$$

GPS定位的观测量——观测值线性组合

组合观测值的一般特性①

■ 频率特性

由第1式得:

$$f_{n,m} = n \cdot f_{L1} + m \cdot f_{L2} \quad \dots\dots\dots(\text{频率特性})$$

■ 波长特性

$$\lambda_{n,m} = \frac{c}{f_{n,m}} = \frac{c}{n \cdot f_{L1} + m \cdot f_{L2}} = \frac{1}{\frac{n}{\lambda_{L1}} + \frac{m}{\lambda_{L2}}} = \frac{\lambda_{L1} \lambda_{L2}}{n \lambda_{L2} + m \lambda_{L1}}$$

.....(波长特性)

■ 整周未知数特性

由第2式得:

$$N_{n,m} = n \cdot N_{L1} + m \cdot N_{L2} \quad \dots\dots\dots(\text{整周未知数特性})$$

GPS定位的观测量——观测值线性组合

组合观测值的一般特性

■ 电离层延迟特性

由第2式

$$\begin{aligned}(\delta\varphi_{ion})_{n,m} &= n \cdot (\delta\varphi_{ion})_{L1} + m \cdot (\delta\varphi_{ion})_{L2} = n \cdot \left(-\frac{A}{f_{L1}}\right) + m \cdot \left(-\frac{A}{f_{L2}}\right) \\ &= -A \cdot \frac{n \cdot f_{L2} + m \cdot f_{L1}}{f_{L1} \cdot f_{L2}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\delta t_{ion})_{n,m} &= \frac{(\delta\varphi_{ion})_{n,m}}{f_{n,m}} \\ &= \frac{-A}{f_{L1} \cdot f_{L2}} \cdot \frac{n \cdot f_{L2} + m \cdot f_{L1}}{n \cdot f_{L1} + m \cdot f_{L2}}\end{aligned}$$

……………(电离层延迟特性)

GPS定位的观测量——观测值线性组合

组合观测值的一般特性

■ 对流层延迟特性

由第2式得：

$$(\delta\varphi_{trop})_{n,m} = \left(\frac{n}{\lambda_{L1}} + \frac{m}{\lambda_{L2}}\right) \cdot \delta\rho_{trop}$$

$$(\delta\rho_{trop})_{n,m} = \lambda_{n,m} \cdot (\delta\varphi_{trop})_{n,m} = \delta\rho_{trop} \quad \dots\dots\dots(\text{对流层延迟特性})$$

■ 误差特性

$$\sigma\varphi_{n,m} = (n^2 + m^2)^{1/2} \cdot \sigma\varphi$$

$$\sigma\rho_{n,m} = \lambda_{n,m} \cdot \sigma\varphi_{n,m}$$

.....(误差特性)

GPS定位的观测量——观测值线性组合

几种特殊的组合观测值①

- 宽巷组合 (wide-lane) ($n = 1, m = -1$)

$$\varphi_{\text{wide-lane}} = \varphi_{L1} - \varphi_{L2}$$

$$f_{\text{wide-lane}} = f_{L1} - f_{L2} = 347.82\text{MHz}$$

$$\lambda_{\text{wide-lane}} = \frac{c}{f_{\text{wide-lane}}} = 86.19\text{cm}$$

$$N_{\text{wide-lane}} = N_{L1} - N_{L2}$$

$$\delta t_{\text{wide-lane}} = -\frac{A}{f_{L1} \cdot f_{L2}} \cdot \frac{f_{L2} - f_{L1}}{f_{L1} - f_2} = \frac{A}{f_{L1} \cdot f_{L2}}$$

$$\sigma \rho_{\text{wide-lane}} = 86.19\text{cm} \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma \varphi = 121.9\text{cm} \cdot \sigma \varphi$$

GPS定位的观测量——观测值线性组合

几种特殊的组合观测值②

- 窄巷组合（narrow-lane）（ $n = 1, m = 1$ ）

$$\varphi_{\text{narrow-lane}} = \varphi_{L1} + \varphi_{L2}$$

$$f_{\text{narrow-lane}} = f_{L1} + f_{L2} = 2803.02\text{MHz}$$

$$\lambda_{\text{narrow-lane}} = \frac{c}{f_{\text{narrow-lane}}} = 10.70\text{cm}$$

$$N_{\text{narrow-lane}} = N_{L1} + N_{L2}$$

$$\delta t_{\text{narrow-lane}} = -\frac{A}{f_{L1} \cdot f_{L2}} \cdot \frac{f_{L2} + f_{L1}}{f_{L1} + f_2} = -\frac{A}{f_{L1} \cdot f_{L2}}$$

$$\sigma \rho_{\text{narrow-lane}} = 10.70\text{cm} \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma \varphi = 15.1\text{cm} \cdot \sigma \varphi$$

GPS定位的观测量——观测值线性组合

几种特殊的组合观测值③

- 无电离层影响的组合（iono-free）

$$\begin{aligned}\varphi_{iono-free} &= \frac{f_{L1}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \varphi_{L1} - \frac{f_{L1} \cdot f_{L2}}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \varphi_{L2} \\ &= 2.54573 \cdot \varphi_{L1} - 1.98368 \cdot \varphi_{L2}\end{aligned}$$

$$\delta t_{iono-free} = -\frac{A}{f_{L1} \cdot f_{L2}} \cdot \frac{\frac{f_{L1}^2}{f_{L1}^2 - f_2^2} \cdot f_{L2} - \frac{f_{L1} \cdot f_{L2}}{f_{L1}^2 - f_2^2} \cdot f_{L1}}{\frac{f_{L1}^2}{f_{L1}^2 - f_2^2} \cdot f_{L1} - \frac{f_{L1} \cdot f_{L2}}{f_{L1}^2 - f_2^2} \cdot f_{L2}} = 0$$

③ 不同类型观测值的线性组合

不同类型双频观测值间的线性组合
不同类型单频观测值间的线性组合

2 卫星定位的基本原理与方法

2.1 GPS定位的观测量

2.2 GPS绝对定位与相对定位

2.3 整周模糊度与周跳问题

2.4 差分GPS定位技术

2.2 GPS绝对定位与相对定位

GPS测量定位方法分类①

□ 定位模式

- 绝对定位（单点定位）
- 相对定位
- 差分定位

□ 定位时接收机天线的运动状态

- 静态定位—天线相对于地固坐标系静止
- 动态定位—天线相对于地固坐标系运动

2.2 GPS绝对定位与相对定位

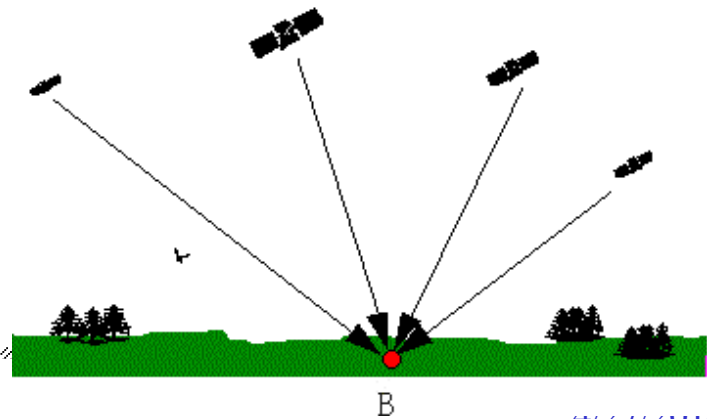
GPS测量定位方法分类②

- 获得定位结果的时效
 - 事后定位
 - 实时定位
- 观测值类型
 - 伪距测量
 - 载波相位测量

2.2 GPS绝对定位与相对定位

绝对定位的定义

- 根据卫星星历以及一台GPS接收机的观测值独立确定该接收机在地球坐标系中的绝对坐标的方法
- 也被称为单点定位



2.2 GPS绝对定位与相对定位

绝对定位结果所属坐标系

- 绝对定位结果所属坐标系与所用星历所属坐标系相同
 - 广播星历属WGS-84
 - IGS（International GNSS Service）精密星历属于ITRF（International Terrestrial Reference Frames）

2.2 GPS绝对定位与相对定位

绝对定位的特点及应用领域

- 特点
 - 优点：观测简单，组织实施方便，数据处理简单
 - 缺点：精度主要受系统性偏差的影响，定位精度低
- 应用领域
 - 低精度导航、资源普查、军事、...

2.2 GPS绝对定位与相对定位

伪距绝对定位的误差方程①

- 对于卫星*i*，在某一个历元的误差方程为

$$V_i = -l_i dX - m_i dY - n_i dZ - c \cdot V_{t_R} + (\rho_0)_i - \rho_i + c \cdot V_{t^S i} - (V_{ion})_i - (V_{trop})_i$$

其中：

X^i, Y^i, Z^i 为根据卫星星历所计算出的信号发射时刻卫星在地心地固系下的坐标；

X^0, Y^0, Z^0 为测站在地心地固系下的近似坐标；

ρ_i^0 为从测站近似位置至第*i*颗卫星的距离；

$$l_i = \frac{X^i - X^0}{\rho_i^0}, \quad m_i = \frac{Y^i - Y^0}{\rho_i^0}, \quad n_i = \frac{Z^i - Z^0}{\rho_i^0}$$

2.2 GPS绝对定位与相对定位

伪距绝对定位的误差方程②

单点定位有4个待定参数，因而至少需要同时观测4颗以上的卫星，才能同时确定出所有的待定参数。

- 对在某历元同时观测的 n 颗卫星，有误差方程

$$V_1 = -l_1 dX - m_1 dY - n_1 dZ - c \cdot V_{t_R} + (\rho_0)_1 - \rho_1 + c \cdot V_{t^{s1}} - (V_{ion})_1 - (V_{trop})_1$$

$$V_2 = -l_2 dX - m_2 dY - n_2 dZ - c \cdot V_{t_R} + (\rho_0)_2 - \rho_2 + c \cdot V_{t^{s2}} - (V_{ion})_2 - (V_{trop})_2$$

...

$$V_n = -l_n dX - m_n dY - n_n dZ - c \cdot V_{t_R} + (\rho_0)_n - \rho_n + c \cdot V_{t^{sn}} - (V_{ion})_n - (V_{trop})_n$$

2.2 GPS绝对定位与相对定位

伪距绝对定位的结果

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{l}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -l_1 & -m_1 & -n_1 & -1 \\ -l_2 & -m_2 & -n_2 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -l_n & -m_n & -n_n & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \\ cV_{t_R} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \rho_1 - c \cdot V_{t^s_1} + (V_{ion})_1 + (V_{trop})_1 - (\rho_0)_1 \\ \rho_2 - c \cdot V_{t^s_2} + (V_{ion})_2 + (V_{trop})_2 - (\rho_0)_2 \\ \cdot \\ \rho_n - c \cdot V_{t^s_n} + (V_{ion})_n + (V_{trop})_n - (\rho_0)_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{l}; \quad \mathbf{Q} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}; \quad \mathbf{D} = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}; \quad \sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{V}}{n-4}}$$

2.2 GPS绝对定位与相对定位

DOP值①

- DOP (Dilution of Precision)
 - GDOP – Geometry Dilution of Precision (几何精度衰减因子)
 - PDOP – Position Dilution of Precision (位置精度衰减因子)
 - TDOP – Time Dilution of Precision (时间精度衰减因子)
 - HDOP – Horizontal Dilution of Precision (水平精度衰减因子)
 - VDOP – Vertical Dilution of Precision (垂直精度衰减因子)

$$Q = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} & q_{Xt} \\ q_{YX} & q_{YY} & q_{YZ} & q_{Yt} \\ q_{ZX} & q_{ZY} & q_{ZZ} & q_{Zt} \\ q_{tX} & q_{tY} & q_{tZ} & q_{tt} \end{bmatrix}$$

$$GDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ} + q_{tt}}$$

$$PDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ}}$$

$$TDOP = \sqrt{q_{tt}}$$

$$HDOP = \sqrt{q_{NN} + q_{EE}}$$

$$VDOP = \sqrt{q_{UU}}$$

其中:

N, E, U 为站心地平坐标系下的坐标分量。

DOP值的定义

2.2 GPS绝对定位与相对定位

DOP值②

- DOP值与定位精度

$$m = URA \cdot PDOP$$

其中：

m 为某类参数估值的中误差， URA 为用户等效距离误差。

- DOP值的性质

- DOP值与单点定位时，所观测卫星的数量与分布有关，它所表示的是定位的几何条件

- DOP值越小，定位的几何条件越好

2.2 GPS绝对定位与相对定位

DOP值③

误差来源	1-sigma 误差, 单位 m		
	偏差	随机误差	总误差
星历数据	2.1	0.0	2.1
卫星钟	2.0	0.7	2.1
电离层	4.0	0.5	4.0
对流层	0.5	0.5	0.7
多路径	1.0	1.0	1.4
接收机观测	0.5	0.2	0.5
用户等效距离误差(UERE), rms	5.1	1.4	5.3
滤波后的 UERE, rms	5.1	0.4	5.1
1-sigma 垂直误差-VDOP = 2.5			12.8
1-sigma 水平误差-HDOP = 2.0			10.2

SPS 误差模型 - 无 SA

2.2 GPS绝对定位与相对定位

DOP值④

误差来源	1-sigma 误差, 单位 m		
	偏差	随机误差	总误差
星历数据	2.1	0.0	2.1
卫星钟	2.0	0.7	2.1
电离层	1.0	0.7	1.2
对流层	0.5	0.5	0.7
多路径	1.0	1.0	1.4
接收机观测	0.5	0.2	0.5
用户等效距离误差(UERE), rms	3.3	1.5	3.6
滤波后的 UERE, rms	3.3	0.4	3.3
1-sigma 垂直误差-VDOP = 2.5	8.3		
1-sigma 水平误差-HDOP = 2.0	6.6		

PPS 误差模型, 双频, P/Y 码

2.2 GPS绝对定位与相对定位

精密单点定位 (PPP)

- PPP – Precise Point Positioning
- 特点
 - 主要观测值为载波相位
 - 采用精密的卫星轨道和钟数据
 - 采用严密的数学模型
- 定位精度
 - 亚分米级
- 用途
 - 全球高精度测量
 - 卫星定轨

2.2 GPS绝对定位与相对定位

载波相位绝对定位的误差方程①

- 对于卫星*i*，误差方程为

$$V_i = -l_i dX - m_i dY - n_i dZ - c \cdot V_{tr} - N_i \cdot \lambda + (\rho_0)_i - \varphi_i \cdot \lambda + c \cdot V_{ts_i} - (V_{ion})_i - (V_{trop})_i + \sum \delta_i$$

必须顾及的各种改正，包括：

- (1) 接收及天线相位中心偏移及变化改正；
- (2) 卫星天线相位中心偏移及变化改正；
- (3) 地球固体潮改正；
- (4) 海洋负荷潮改正；
- (5) 相位回旋改正；
- (6) 引力延迟改正；
- (7) ...

2.2 GPS绝对定位与相对定位

载波相位绝对定位的误差方程②

- 若在 k 个历元里每历元均观测了 n 颗相同的卫星，则误差方程

$$V_1 = -l_1 dX - m_1 dY - n_1 dZ - c \cdot V_{t_{R1}} - N_1 \cdot \lambda + (\rho_0)_1 - \varphi_1 \cdot \lambda + c \cdot V_{t^s_1} - (V_{ion})_1 - (V_{trop})_1 + \sum \delta_1$$

...

$$V_n = -l_n dX - m_n dY - n_n dZ - c \cdot V_{t_{R1}} - N_n \cdot \lambda + (\rho_0)_n - \varphi_n \cdot \lambda + c \cdot V_{t^s_n} - (V_{ion})_n - (V_{trop})_n + \sum \delta_n$$

$$V_{n+1} = -l_{n+1} dX - m_{n+1} dY - n_{n+1} dZ - c \cdot V_{t_{R2}} - N_1 \cdot \lambda + (\rho_0)_{n+1} - \varphi_{n+1} \cdot \lambda + c \cdot V_{t^s_{n+1}} - (V_{ion})_{n+1} - (V_{trop})_{n+1} + \sum \delta_{n+1}$$

...

$$V_{2n} = -l_{2n} dX - m_{2n} dY - n_{2n} dZ - c \cdot V_{t_{R2}} - N_n \cdot \lambda + (\rho_0)_{2n} - \varphi_{2n} \cdot \lambda + c \cdot V_{t^s_{2n}} - (V_{ion})_{2n} - (V_{trop})_{2n} + \sum \delta_{2n}$$

...

$$V_{kn} = -l_{kn} dX - m_{kn} dY - n_{kn} dZ - c \cdot V_{t_{Rk}} - N_n \cdot \lambda + (\rho_0)_{kn} - \varphi_{2n} \cdot \lambda + c \cdot V_{t^s_{kn}} - (V_{ion})_{kn} - (V_{trop})_{kn} + \sum \delta_{kn}$$

2.2 GPS绝对定位与相对定位

载波相位绝对定位的误差方程③

用矩阵形式表示:

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{l}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{kn} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -l_1 & -m_1 & -n_1 & -1 & 0 & \cdot & 0 & -\lambda & 0 & \cdot & 0 \\ -l_2 & -m_2 & -n_2 & -1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & -\lambda & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -l_n & -m_n & -n_n & -1 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & -\lambda \\ -l_{n+1} & -m_{n+1} & -n_{n+1} & 0 & -1 & \cdot & 0 & -\lambda & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -l_{2n} & -m_{2n} & -n_{2n} & 0 & -1 & \cdot & 0 & 0 & 0 & \cdot & -\lambda \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -l_{kn} & -m_{kn} & -n_{kn} & 0 & 0 & \cdot & -1 & 0 & 0 & \cdot & -\lambda \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} dX & dY & dZ & c \cdot V_{t_{R1}} & c \cdot V_{t_{R2}} & \cdot & c \cdot V_{t_{Rk}} & N_1 & N_2 & \cdot & N_n \end{bmatrix}^T;$$

2.2 GPS绝对定位与相对定位

载波相位绝对定位的误差方程④

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \cdot \lambda - c \cdot V_{t^s_1} + (V_{ion})_1 + (V_{trop})_1 - (\rho_0)_1 \\ \varphi_2 \cdot \lambda - c \cdot V_{t^s_2} + (V_{ion})_2 + (V_{trop})_2 - (\rho_0)_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \cdot \lambda - c \cdot V_{t^s_n} + (V_{ion})_n + (V_{trop})_n - (\rho_0)_n \\ \varphi_{n+1} \cdot \lambda - c \cdot V_{t^s_{n+1}} + (V_{ion})_{n+1} + (V_{trop})_{n+1} - (\rho_0)_{n+1} \\ \vdots \\ \varphi_{2n} \cdot \lambda - c \cdot V_{t^s_{2n}} + (V_{ion})_{2n} + (V_{trop})_{2n} - (\rho_0)_{2n} \\ \vdots \\ \varphi_{kn} \cdot \lambda - c \cdot V_{t^s_{kn}} + (V_{ion})_{kn} + (V_{trop})_{kn} - (\rho_0)_{kn} \end{bmatrix};$$

解为:

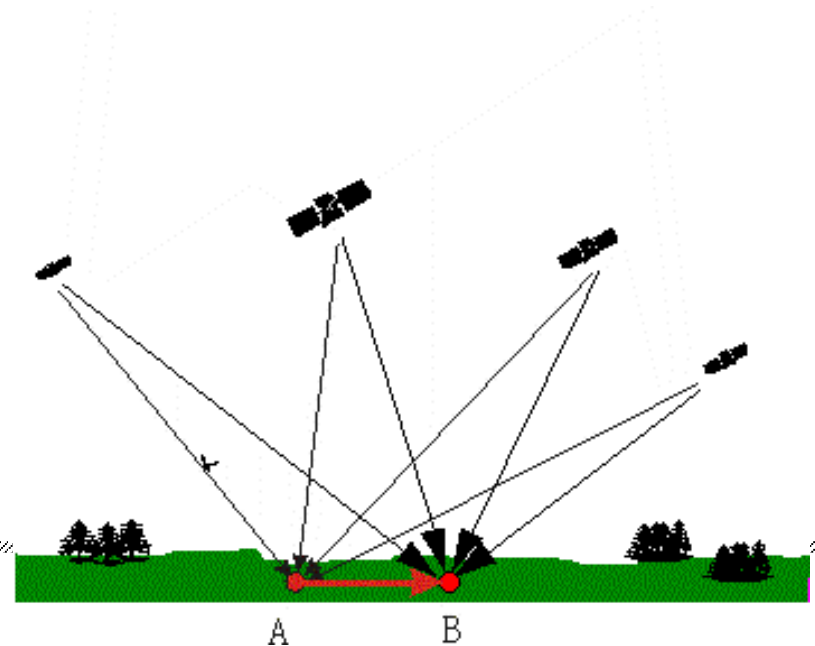
$$\mathbf{x} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{l}; \quad \mathbf{Q} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1}; \quad \mathbf{D} = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}; \quad \sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{V}}{kn - 3 - k - n}}$$

假定在 k 个历元中连续对 n 颗卫星进行了观测, 则通常有 $3+k+n$ 个待定参数 (3个位置参数、 k 个整周模糊度参数和 n 个接收机钟差参数), 因而, 仅采用载波相位观测值无法实现瞬时单点定位。

2.2 GPS绝对定位与相对定位

相对定位的定义

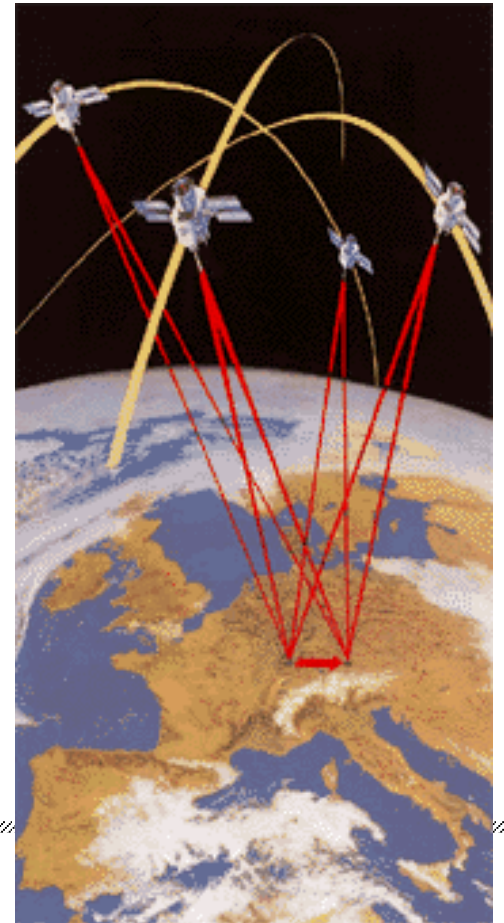
- 确定进行同步观测的接收机之间相对位置（坐标差）的定位方法。



2.2 GPS绝对定位与相对定位

相对定位结果及其所属坐标系

- 相对定位的结果
 - 基线向量（坐标差）
- 与所用星历同属一坐标系
 - 采用广播星历时属WGS-84
 - 采用IGS 精密星历时为ITRF



2.2 GPS绝对定位与相对定位

相对定位的特点及其应用领域

- 特点
 - 优点：定位精度高
 - 缺点：
 - 多台接收共同作业，作业复杂
 - 数据处理复杂
 - 不能直接获取绝对坐标
- 应用领域
 - 高精度测量定位及导航

2.2 GPS绝对定位与相对定位

观测方程

■ 非差观测方程

$$\lambda(\varphi_i^k + v_i^k) = -l_i^k dX_i - m_i^k dY_i - n_i^k dZ_i - N_i^k \lambda - cV_{t_{Ri}} + cV_{t^s}^k + (\rho_0)_i^k - (V_{ion})_i^k - (V_{trop})_i^k$$

$$\lambda(\varphi_j^k + v_j^k) = -l_j^k dX_j - m_j^k dY_j - n_j^k dZ_j - N_j^k \lambda - cV_{t_{Rj}} + cV_{t^s}^k + (\rho_0)_j^k - (V_{ion})_j^k - (V_{trop})_j^k$$

...

■ 单差观测方程

$$O_{i,j}^k = O_j^k - O_i^k$$

$$\lambda(\varphi_j^k + v_j^k) - \lambda(\varphi_i^k + v_i^k) = \lambda\varphi_j^k - \lambda\varphi_i^k + \lambda v_j^k - \lambda v_i^k = \lambda\varphi_{i,j}^k + \lambda v_{i,j}^k$$

$$= -l_j^k dX_{i,j} - m_j^k dY_{i,j} - n_j^k dZ_{i,j} - N_{i,j}^k - cV_{t_{Ri,j}} + (\rho_0)_{i,j}^k - (V_{ion})_{i,j}^k - (V_{trop})_{i,j}^k$$

■ 双差观测方程

$$O_{i,j}^{k,l} = O_{i,j}^l - O_{i,j}^k$$

$$\lambda(\varphi_{i,j}^l + v_{i,j}^l) - \lambda(\varphi_{i,j}^k + v_{i,j}^k) = \lambda\varphi_{i,j}^{k,l} + v_{i,j}^{k,l}$$

$$= -l_j^{k,l} dX_{i,j} - m_j^{k,l} dY_{i,j} - n_j^{k,l} dZ_{i,j} - N_{i,j}^{k,l} + (\rho_0)_{i,j}^{k,l} - (V_{ion})_{i,j}^{k,l} - (V_{trop})_{i,j}^{k,l}$$

注：在相对定位中，通常将i点坐标固定，作为基线的起点。

$$O_j^{k,l} = O_j^l - O_j^k$$

2.2 GPS绝对定位与相对定位

坐标改正数与坐标差改正数

$$X_j = X_j^0 + dX_j$$

$$X_j = X_i + \Delta X_{i,j} = X_i + \Delta X_{i,j}^0 + d(\Delta X_{i,j}) = X_j^0 + d(\Delta X_{i,j})$$

可见：在基线解算中，坐标改正数与坐标差改正数相同。

2.2 GPS绝对定位与相对定位

基线起点坐标

- 起点坐标对基线精度的影响

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta X}{\rho}$$

其中：

ΔD 为基线误差， D 为基线长度， ΔX 为起点坐标误差， ρ 为站星距离。

- 起点坐标的获取
 - 与高精度地心坐标点联测
 - 码伪距单点定位

2.2 GPS绝对定位与相对定位

各种误差对相对定位结果的影响

卫星轨道误差 – 削弱 $\frac{1}{10} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} \leq \frac{\Delta D}{D} \leq \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho}$

其中：

ρ 为站星距离；

$\Delta\rho$ 为轨道误差在站星径向上的投影；

D 为基线长度；

ΔD 为基线长度误差。

- 卫星钟差 – 消除
- 大气折射误差 – 削弱
- 接收机钟差 – 消除
- 接收机天线相位中心偏差和变化 – 消除

2.2 GPS绝对定位与相对定位

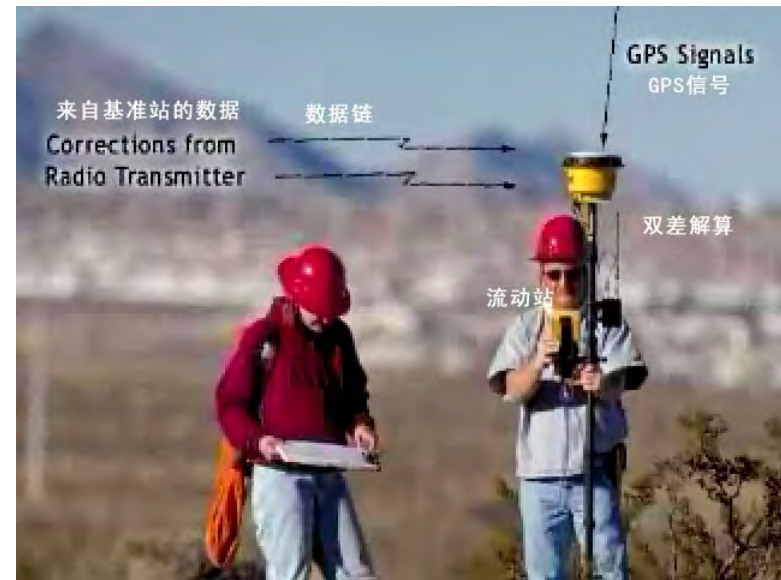
相对定位的类型

- 静态相对定位
- 准动态相对定位（Go and Stop）
- 动态相对定位

2.2 GPS绝对定位与相对定位

RTK – 实时动态（相对定位）

■ Real Time Kinematic



2.2 GPS绝对定位与相对定位

RTK的新进展

- 网络RTK
- VRS – Virtual Reference Station
 - 利用基准站网计算出用户附近某点（虚拟参考站）各项误差改正，再将它们加到利用虚拟参考站坐标和卫星坐标所计算出的距离之上，得出虚拟参考站上的虚拟观测值，将其发送给用户，进行实时相对定位。
 - 特点
 - 精度和可靠性高



2 卫星定位的基本原理与方法

2.1 GPS定位的观测量

2.2 GPS绝对定位与相对定位

2.3 整周模糊度与周跳问题

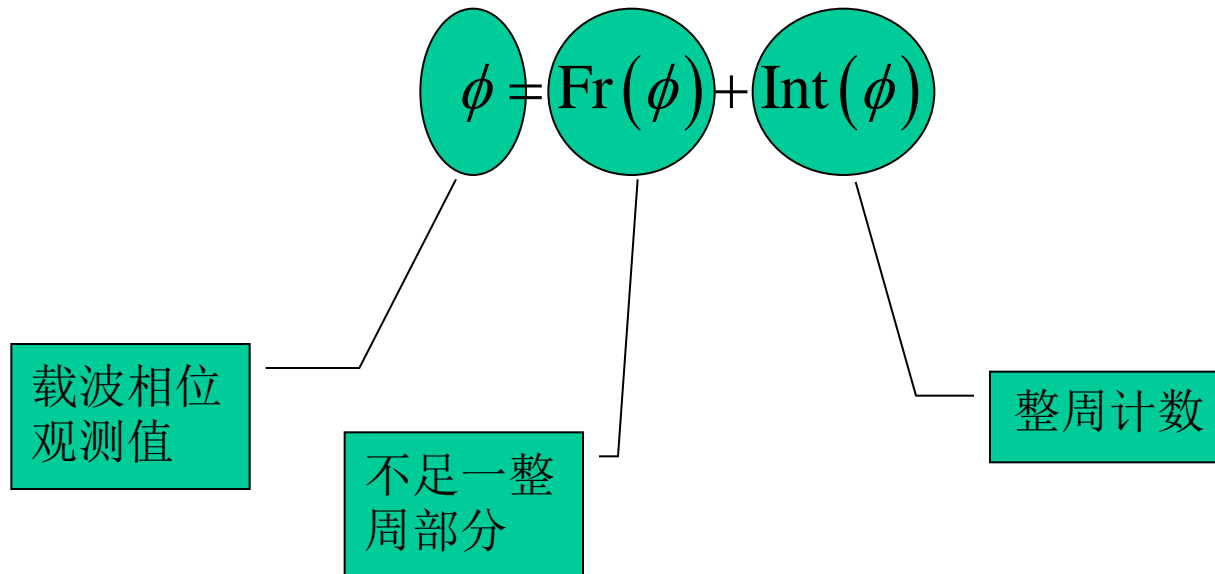
2.4 差分GPS定位技术

2.3 整周模糊度与周跳问题

周跳探测及修复

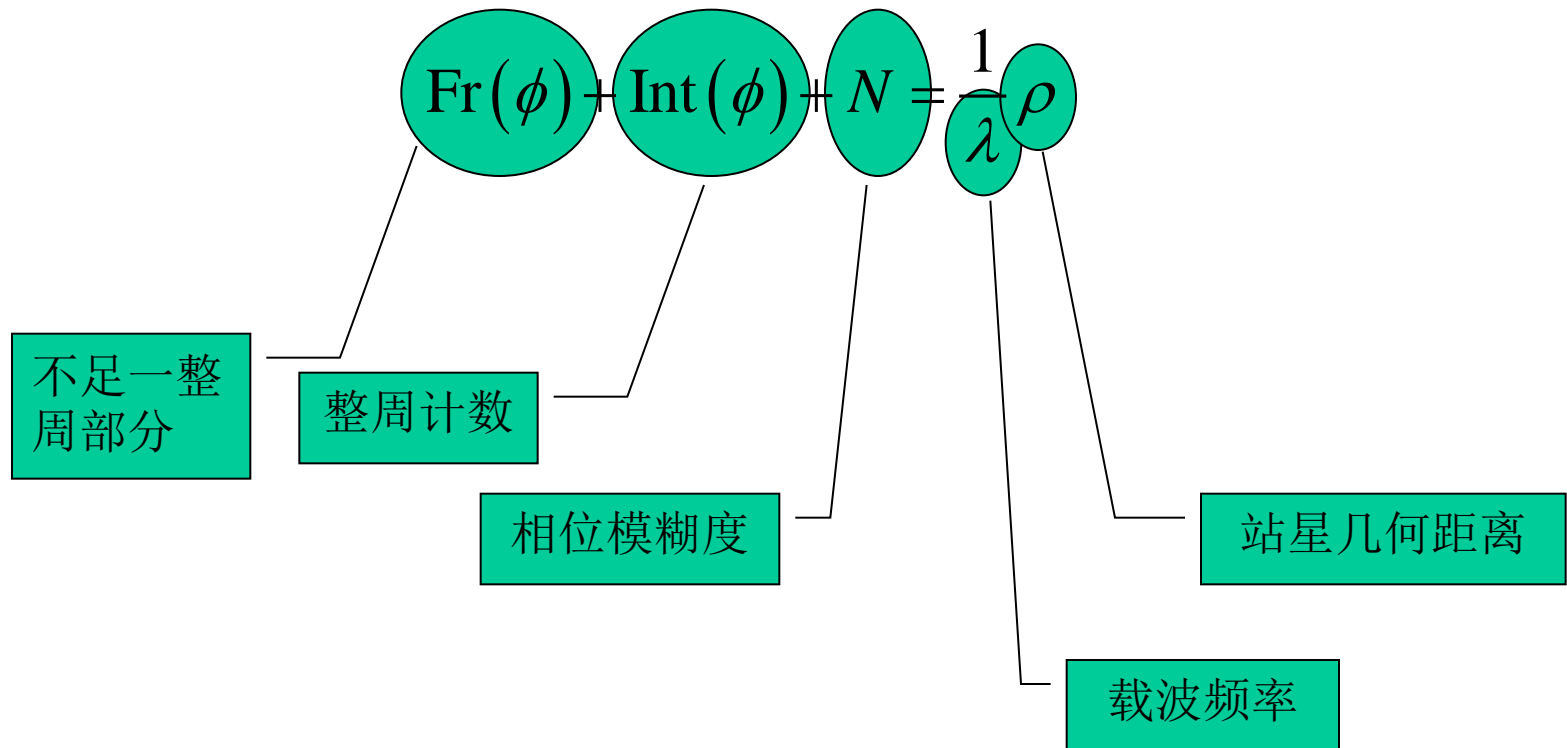
2.3 整周模糊度与周跳问题

载波相位观测值



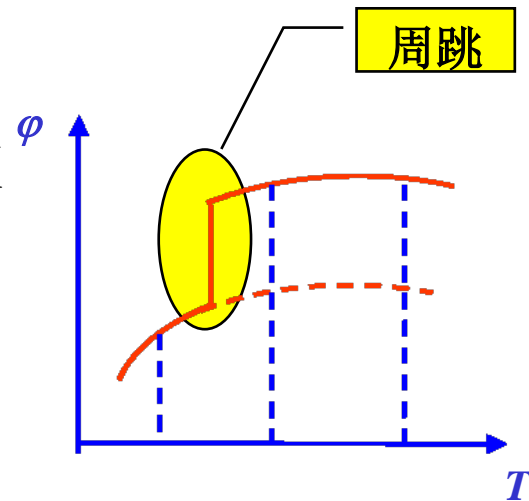
2.3 整周模糊度与周跳问题

载波相位观测值与站星几何距离的基本关系



2.3 整周模糊度与周跳问题

- 整周跳变（周跳）
 - 载波相位观测值中整周计数发生错误
- 周跳的数值特性
 - 全波长载波相位观测值周跳的大小为载波波长的整数倍
 - 采用平方法测定的载波相位观测值，其周跳的大小为原始载波波长一半的整数倍
- 周跳的后果
 - 在从发生周跳的历元开始的后续所有载波相位观测值中引入一个相同大小的整周数偏差



2.3 整周模糊度与周跳问题

引起周跳的原因

- 障碍物的遮挡
- 接收机天线的运动
- 所接收到的卫星信号信噪比低
 - 多路径效应
 - 电离层活动
 - 电磁波干扰
- 接收机或卫星故障

2.3 整周模糊度与周跳问题

周跳探测及处理

- **周跳探测的定义**
 - 确定载波相位观测值的时间序列中所发生周跳的位置。
- **对所探测出周跳的处理方法**
 - 修复：确定出周跳的大小，对受周跳影响的观测值进行修正
 - 加参数：在发生周跳处对数据进行分段，不同段引入各自的模糊度参数进行估计

2.3 整周模糊度与周跳问题

周跳探测方法

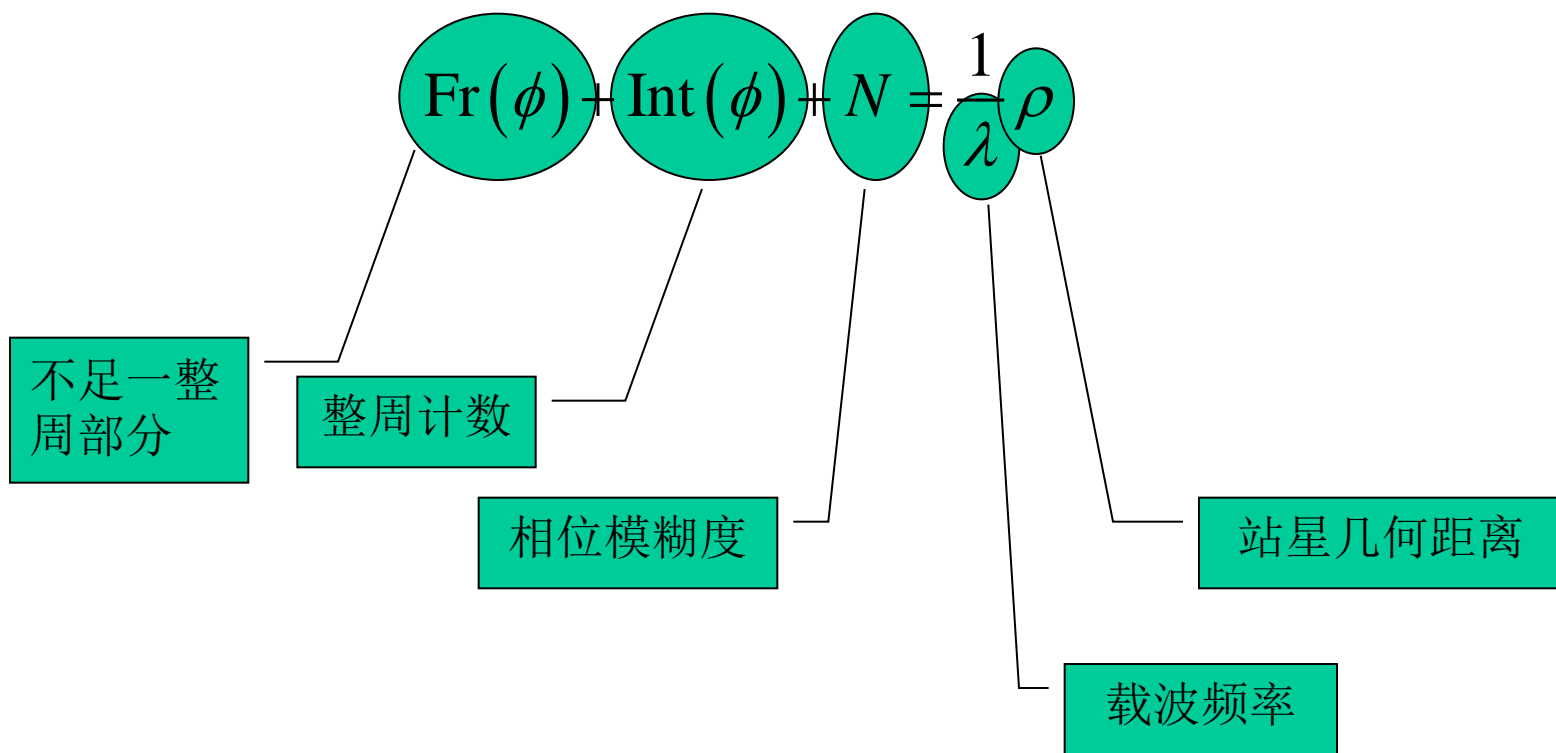
- 高次差/多项式拟合法
- 双频相位组合法
- 码-相组合法
- 验后残差法
- 外部约束法
- 其他方法
 - 如：小波分析法

2.3 整周模糊度与周跳问题

整周模糊度的确定

2.3 整周模糊度与周跳问题

载波相位观测值与站星几何距离的基本关系



2.3 整周模糊度与周跳问题

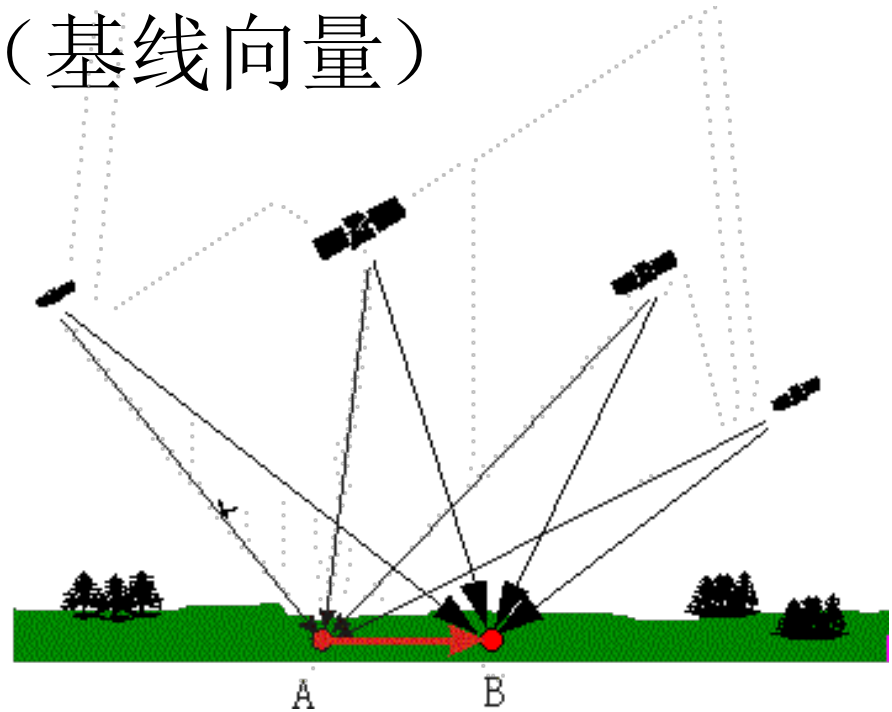
整周模糊度确定的重要性

- 必要性
 - 正确确定整周模糊度是获得高精度定位结果的必要条件
- 实用性
 - 快速有效地确定整周模糊度对提高GPS定位的作业效率和开拓GPS定位技术的应用领域具有极其重要的作用

2.3 整周模糊度与周跳问题

相对定位及基线解算

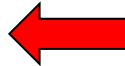
- 基线解算
 - 利用进行同步观测数据，确定接收机间的相对位置（基线向量）



相对定位

2.3 整周模糊度与周跳问题

基线解算的过程

- 求初始解
 - 将坐标参数、整周模糊度参数等作为待定参数，所解出的模糊度参数为实数
- 设法将整周模糊度固定为整数  基线解算的关键
- 求固定解
 - 将整周模糊度固定，将坐标参数等作为待定参数

2.3 整周模糊度与周跳问题

基线向量的整数解与实数解

- 整数解
 - 当整周模糊度参数取整数时所求得的基线向量解
 - 也被称为固定解
- 实数解
 - 当整周模糊度参数取实数时所求得的基线向量解
 - 也被称为浮点解或浮动解

2.3 整周模糊度与周跳问题

整周模糊度确定的一般方法

2.3 整周模糊度与周跳问题

取整法

- 方法
 - 直接对初始解所得的实数模糊度取整
- 特点
 - 简单
 - 不可靠

2.3 整周模糊度与周跳问题

置信区间搜索法

- 方法
 - N_i 为模糊度的实数解， m_i 为其中误差
 - 在 N_i 的置信区间 $[N_i - b \cdot m_i, N_i + b \cdot m_i]$ 内搜索其正确的整数值
 - 其中： $b = \xi_t(f, \alpha/2)$ ，根据自由度 ($f = n - u$) 和置信水平($1 - \alpha$)，从 t 分布的数值表中查取。
 - 如： $f = 2500, 1 - \alpha = 99.9\%, b = 3.28$

2.3 整周模糊度与周跳问题

模糊度函数法

$$\text{模糊度函数: } F(X, Y, Z) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{l=1}^{n_f} \cos \left\{ 2\pi \left[\Delta\varphi_c^{ijl}(X, Y, Z) - \Delta\varphi_0^{ijl} \right] \right\}$$

其中:

n : 观测历元数;

n_i : 第 i 个历元的观测值数;

n_f : 观测的频率数;

$\Delta\varphi_0^{ijl}$: 载波相位观测值的小数部分;

$\Delta\varphi_c^{ijl}(X, Y, Z)$: 由待定点坐标取 (X, Y, Z) 时所计算出载波相位观测值。

在一定的三维空间内搜索使 $F(X, Y, Z)$ 为最大值的 (X, Y, Z) 作为定位结果。

2.3 整周模糊度与周跳问题

码-相组合确定模糊度

■ 方法

- 利用码伪距和载波相位观测值的组合确定模糊度

$$N_1 = \frac{f_2^2 + f_1^2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \frac{f_1}{c} R_1 - \frac{2f_1f_2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \frac{f_2}{c} R_2 - \phi_1$$

$$N_2 = \frac{2f_1f_2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \frac{f_1}{c} R_1 - \frac{f_2^2 + f_1^2}{f_2^2 - f_1^2} \cdot \frac{f_2}{c} R_2 - \phi_2$$

$$N_{1-2} = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} \left(\frac{f_1}{c} R_1 + \frac{f_2}{c} R_2 \right) - \phi_{1-2}$$

$$\phi_{1-2} = \phi_1 - \phi_2, \quad N_{1-2} = N_1 - N_2$$

关键：码伪距的精度

2.3 整周模糊度与周跳问题

快速模糊度确定方法 (*FARA - Fast Ambiguity Resolution Approach*)

基本思想

- 利用来自初始平差的统计信息选择搜索范围；
- 使用方差-协方差阵信息排除那些从统计观点上看无法接受的模糊度组；
- 应用统计假设检验选择正确的模糊度组。

2.3 整周模糊度与周跳问题

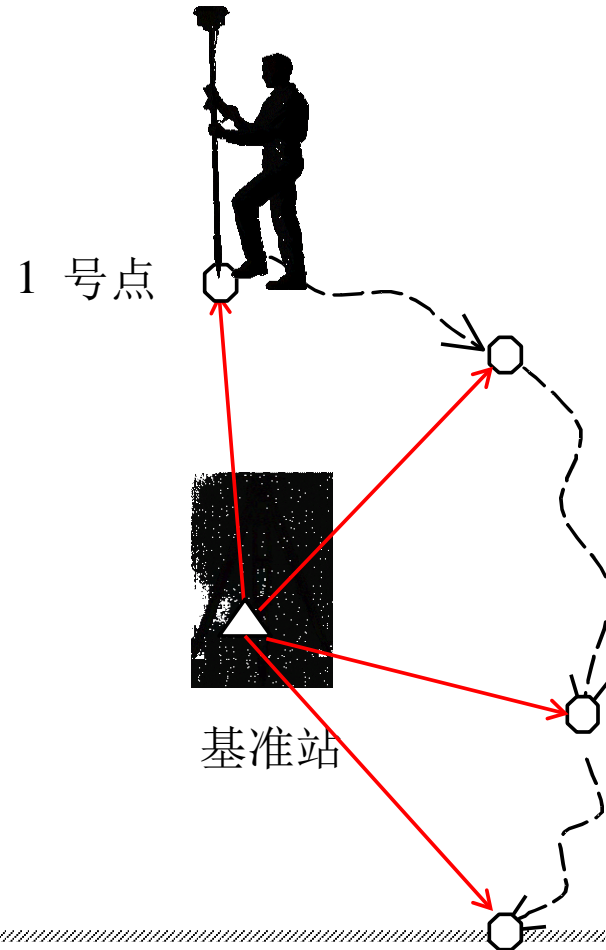
LAMBDA法

- 最小二乘模糊度降相关平差（LAMBDA – Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment）
- 荷兰Delft大学Teunissen 等于1993年提出
- 被公认为目前最有效的方法

2.3 整周模糊度与周跳问题

Stop and Go

1. 采用FARA、已知基线法或交换天线法确定模糊度（初始化）；
2. 移动流动站到待测点，移动过程中保证对一定数量卫星的连续跟踪；
3. 在待定点上进行一段短时间的静态观测；
4. 移动到下一点继续观测。



2.3 整周模糊度与周跳问题

已知基线法

- 将已修复周跳、剔除粗差后的双差载波相位观测值组成法方程式；
- 将已知的基线向量代入法方程式并求解模糊度参数；
- 用取整法或置信区间搜索法将求得的实数模糊度固定为整数。

2.3 整周模糊度与周跳问题

交换天线法

1. 在两个临近点上放置接收机天线，进行一段短时间观测；
2. 保持对卫星信号跟踪，交换两天线位置，进行一段短时间观测；
3. 将两天线放回原处，进行一段短时间观测。

$$\Delta\varphi_{AB}^{jk}(t_1) = f\Delta\rho_{AB}^{jk}(t_1)/C - \Delta N_{1,2}^{jk}$$

$$\Delta\varphi_{AB}^{jk}(t_2) = f\Delta\rho_{AB}^{jk}(t_2)/C - \Delta N_{2,1}^{jk}$$

由于

$$\Delta N_{1,2}^{jk} = \Delta N_2^{jk} - \Delta N_1^{jk} = -(\Delta N_1^{jk} - \Delta N_2^{jk}) = -\Delta N_{2,1}^{jk}$$

可得

$$\Delta\varphi_{AB}^{jk}(t_1) + \Delta\varphi_{AB}^{jk}(t_2) = \frac{f}{C} [\Delta\rho_{AB}^{jk}(t_1) + \Delta\rho_{AB}^{jk}(t_2)]$$

2.3 整周模糊度与周跳问题

动态定位中的模糊度问题

常用解决方法

- 初始化法
- 运动载体处于静止状态时与地面基准站一起通过“初始化”来确定整周模糊度，然后运动载体开始运动，进行定位。
- 实时解算模糊度的方法（OTF）

2 卫星定位的基本原理与方法

2.1 GPS定位的观测量

2.2 GPS绝对定位与相对定位

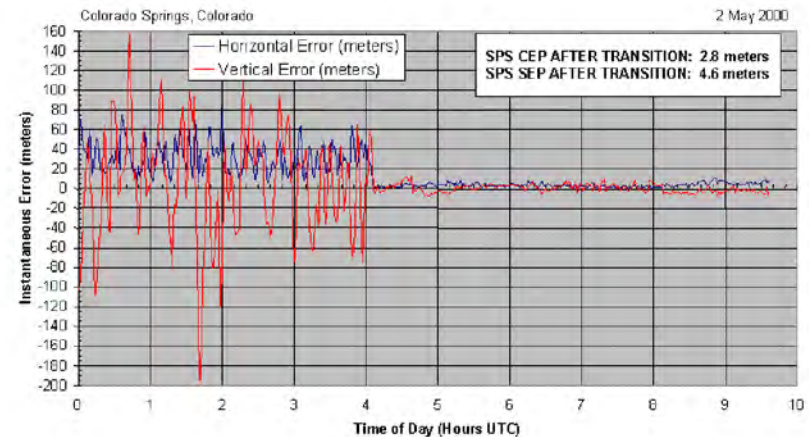
2.3 整周模糊度与周跳问题

2.4 差分GPS定位技术

2.4 差分GPS定位技术

概述①

- 差分GPS产生的诱因：绝对定位精度不能满足要求
 - GPS绝对定位的精度受多种误差因素的影响，不能满足某些特殊应用的要求
 - 美国的GPS政策对GPS绝对定位精度的影响（选择可用性SA）



SA关闭前后GPS绝对定位精度的变化

2.4 差分GPS定位技术

概述②

- 差分GPS（DGPS – Differential GPS）
 - 利用设置在坐标已知的点（基准站）上的GPS接收机测定GPS测量定位误差，用以提高在一定范围内其它GPS接收机（流动站）测量定位精度的方法
- RTCM-104格式

2.4 差分GPS定位技术

差分GPS的基本原理

- 误差的空间相关性
 - 以上各类误差中除多路径效应均具有较强的空间相关性，从而定位结果也有一定的空间相关性。
- 差分GPS的基本原理
 - 利用基准站（设在坐标精确已知的点上）测定具有空间相关性的误差或其对测量定位结果的影响，供流动站改正其观测值或定位结果

2.4 差分GPS定位技术

差分改正数的类型

- 距离改正数
 - 利用基准站坐标和卫星星历可计算出站星间的计算距离，计算距离减去观测距离即为距离改正数。
- 位置（坐标改正数）改正数
 - 基准站上的接收机对GPS卫星进行观测，确定出测站的观测坐标，测站的已知坐标与观测坐标之差即为位置的改正数。

2.4 差分GPS定位技术

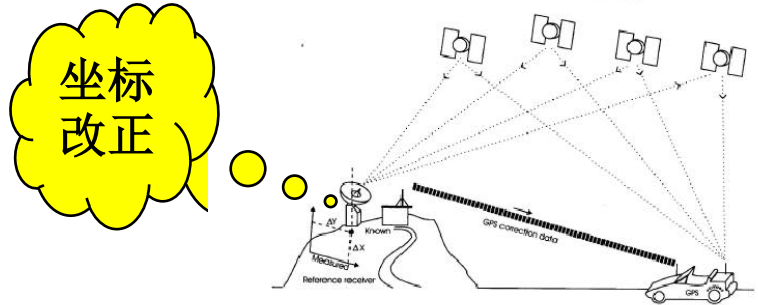
差分GPS对测量定位精度的改进

误差类型	GPS	DGPS			
		间 距 (km)			
		0	100	300	500
卫星钟误差	3.0	0	0	0	0
卫星星历误差	2.4	0	0.04	0.13	0.22
SA: 卫星钟频抖动	24	0.25	0.25	0.25	0.25
SA: 人为引入的星历误差	24	0	0.43	1.30	2.16
大气延迟误差: 电离层延迟	4.0	0	0.73	1.25	1.60
大气延迟误差: 对流层延迟	0.4	0	0.40	0.40	0.40
基准站接收机误差噪声和多路径误差		0.50	0.50	0.50	0.50
基准站接收机误差: 测量误差		0.20	0.20	0.20	0.20
DGPS 误差 (rms)		0.59	1.11	1.94	2.79
用户接收机误差	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
用户等效距离误差 (rms)	34.4	1.16	1.49	2.19	2.96
导航精度 (2drms) HDOP=1.5	103.2	3.5	4.5	6.6	8.9

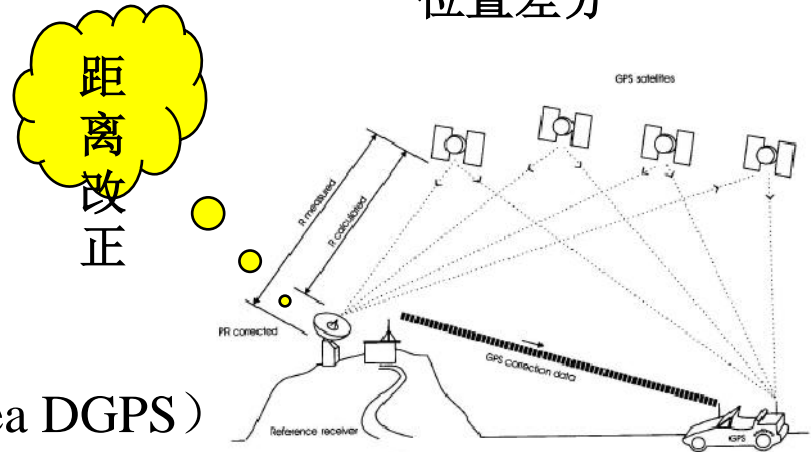
2.4 差分GPS定位技术

差分GPS的分类

- 根据时效性
 - 实时差分
 - 事后差分
- 根据观测值类型
 - 伪距差分
 - 载波相位差分
- 根据差分改正数
 - 位置差分（坐标差分）
 - 距离差分
- 根据工作原理和差分模型
 - 局域差分（LADGPS – Local Area DGPS）
 - 单基准站差分
 - 多基准站差分
 - 广域差分（WADGPS – Wide Area DGPS）



位置差分



距离差分

2.4 差分GPS定位技术

位置差分 and 距离差分的特点

- 位置差分
 - 差分改正计算的数学模型简单
 - 差分数据的数据量少
 - 基准站与流动站要求观测完全相同的一组卫星
- 距离差分
 - 差分改正计算的数学模型较复杂
 - 差分数据的数据量较多
 - 基准站与流动站不要求观测完全相同的一组卫星

2.4 差分GPS定位技术

单基准站局域差分

■ 结构

- 基准站（一个）、数据通讯链和用户

■ 数学模型（差分改正数的计算方法）

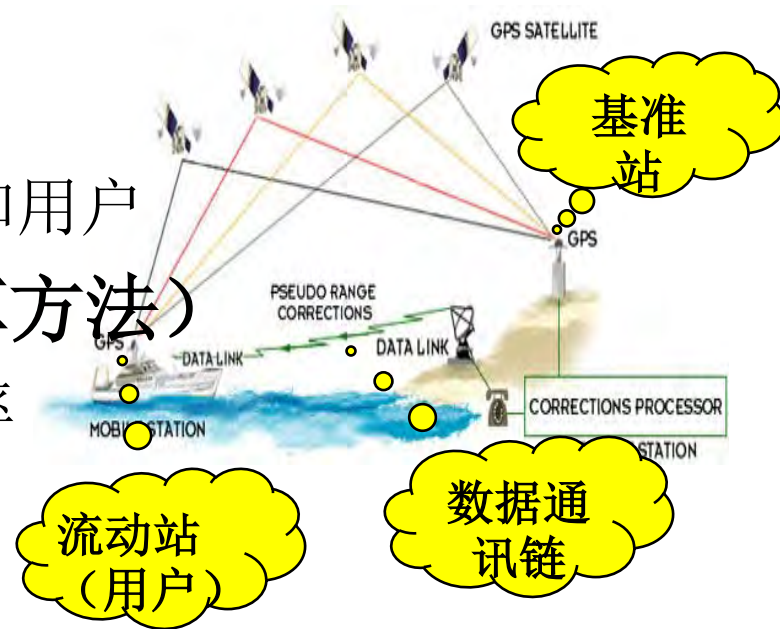
- 提供距离改正和距离改正的变率

$$V(t_i + \Delta t) = V(t_i) + \frac{dV}{dt} \cdot \Delta t$$

V 为距离改正数； $\frac{dV}{dt}$ 为距离改正数的变率。

■ 特点

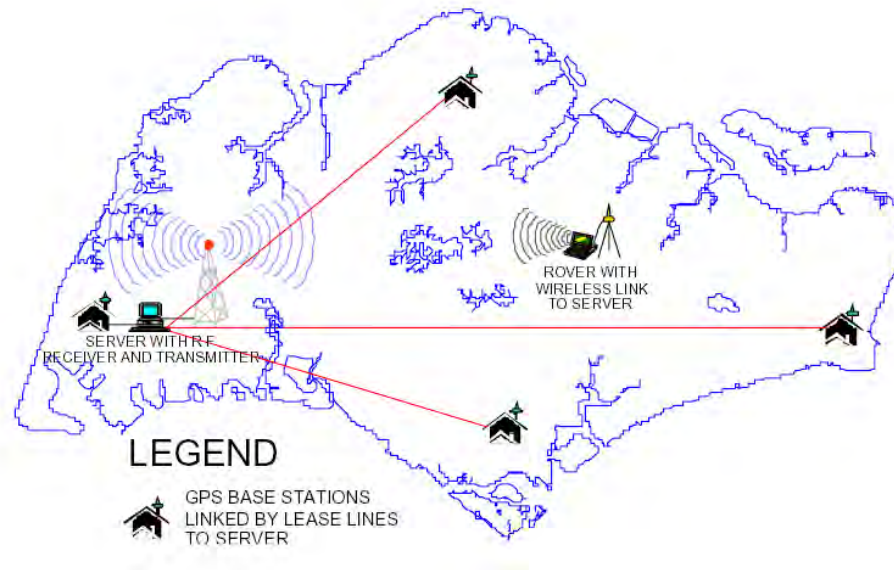
- 优点：结构、模型简单
- 缺点：差分范围小，精度随距基准站距离的增加而下降，可靠性低



2.4 差分GPS定位技术

多基准站局域差分①

- 结构
 - 基准站（多个）、数据通讯链和用户



多基准站差分系统结构

2.4 差分GPS定位技术

多基准站局域差分②

- 数学模型（差分改正数的计算方法）
 - 最临近法（采用距离最近的基准站差分改正数）
 - 加权平均（根据距基准站的距离给来自不同基准站的差分改正数赋予不同的权）
 - 偏导数法或内插法
- 特点
 - 优点：差分精度高、可靠性高，差分范围增大
 - 缺点：差分范围仍然有限，模型不完善

2.4 差分GPS定位技术

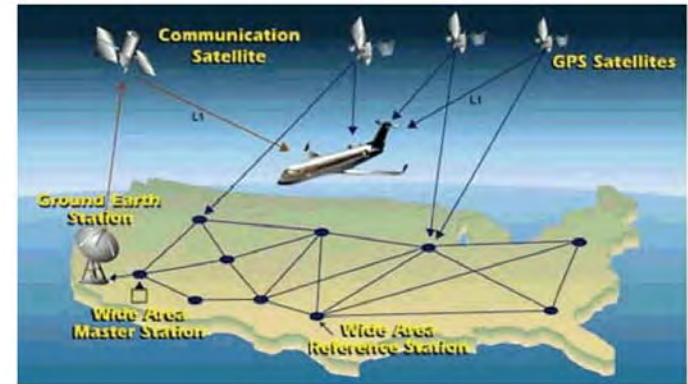
广域差分

- **结构**
 - 基准站（多个）、数据通讯链和用户
- **数学模型（差分改正数的计算方法）**
 - 与普通差分不相同
 - 普通差分是考虑的是误差的综合影响
 - 广域差分对各项误差加以分离，建立各自的改正模型
 - 用户根据自身的位置，对观测值进行改正
- **特点**
 - 优点：差分精度高、差分精度与距离无关、差分范围大
 - 缺点：系统结构复杂、建设费用高

2.4 差分GPS定位技术

增强型系统

- 特点
 - 伪卫星技术
 - 卫星通讯技术
- 类型
 - LAAS – Local Area Augmentation System
 - 采用地基伪卫星
 - WAAS – Wide Area Augmentation System
 - 采用空基伪卫星
 - 采用通讯卫星发送差分改正数



WAAS

- LAAS – Local Area Augmentation System
 - 采用地基伪卫星
- WAAS – Wide Area Augmentation System
 - 采用空基伪卫星
 - 采用通讯卫星发送差分改正数

2 卫星定位的基本原理与方法

2.1 GPS定位的观测量

2.2 GPS绝对定位与相对定位

2.3 整周模糊度与周跳问题

2.4 差分GPS定位技术